# Oppgåve 1

Desse matrisene er gitte:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

a) Rekn ut følgande matriser:

$$AB, \quad A + 2B, \quad BA \quad \text{og} \quad CB \quad .$$

Dersom nokon av desse ikkje er definerte, skal du kort forklare kvifor.

b) For å løyse dette likningssystemet:

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} x_1 & - & 3x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & & & + & x_3 & & & = & 3 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & 5x_3 & - & x_4 & = & 8 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & 5x_3 & + & 3x_4 & = & 6 \end{array}$$

er følgande operasjonar blitt utførte i kommandovindauga i MATLAB:

```
>> A=[1 -3 1 4; 2 0 1 0; 3 1 5 -1; 2 -2 5 3];
>> b=[1; 3; 8; 6];
>> rref([A,b])
ans =
    1.0000         0         0   -0.0455    1.0455
         0    1.0000         0   -1.3182    0.3182
         0         0    1.0000    0.0909    0.9091
         0         0         0         0         0
```

Bruk dette til å sette opp den generelle løysninga av likningssystemet.

# Oppgåve 2

Løys likninga

$$(1 - i)z = i.$$

Skriv svaret på kartesisk form og på polarform (trigonometrisk form).

# Oppgåve 3

Dette er ein modell for temperaturen i eit lite hus med dårleg isolering:

$$T'(t) = -0.1(T(t) - f(t)) \quad .$$

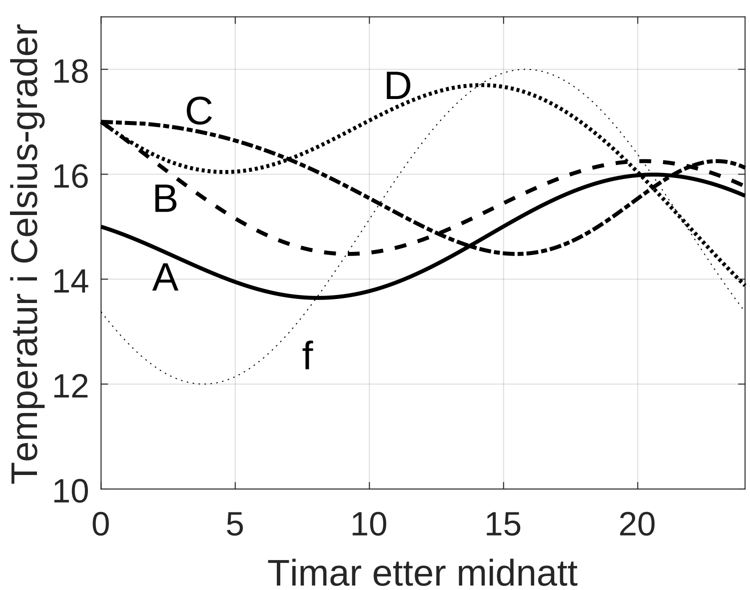
Her er $T$ temperaturen i rommet ved tida $t$. $f$ er ute-temperaturen. Alle temperaturer er gitt i Celsius-grader, og tida $t$ er talet på timer som har gått etter midnatt. Vi bruker denne modellen for ute-temperaturen:

$$f(t) = 15 - 3\cos\left(\frac{\pi}{12}t - 1\right), \quad D_f = [0, 24] \quad .$$

Dette startkravet er gitt: $T(0) = 17$.

a) Etter modellen, kor fort endrar temperaturen i rommet seg ved midnatt, altså ved $t = 0$?

I figuren nedanfor er fire moglege løysningar av startverdiproblemet (initialverdiproblemet) plotta – saman med modellen for ute-temperaturen. Berre ei av dei er rett. Kva for ei er det? Hugs å grunngi svaret.

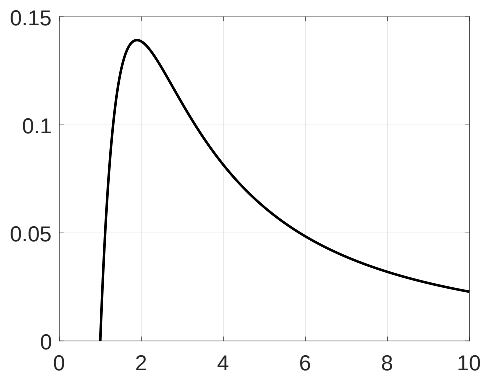



b) Skissér korleis ein kan estimere løysinga av startverdiproblemet (initialverdiproblemet) over numerisk. Bruk gjerne MATLAB-kode, pseudokode eller liknande til å gjere dette.

# Oppgåve 4

Figuren under viser eit plott av funksjonen

$$f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}, \quad D_f = [1, 10] \quad .$$




a) Vis korleis vi kan komme fram til at maksimalverdien til $f$ er bestemt av likninga

$$1 + x^2 - 2x^2 \ln x = 0 \quad .$$

b) Estimér løysinga av likninga i a) ved hjelp av Newtons metode. Vel sjølv ein passande verdi for $x_0$ og utfør eit rimelig tal på iterasjonar.

Ut fra løysinga di, kva er den maksimale verdien av $f$ ?

# Oppgåve 5

Følgande verdiar er gitt for funksjonen $f$:

| $x$ | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0.0000 | 0.4082 | 0.7071 | 0.9487 | 1.1547 |

a) Bruk tabellen til å estimere $f'(1.5)$ og $f'(1.75)$ og $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$.

Tala i tabellen er verdiane til den elementære funksjonen

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}} \quad .$$

b) Bestem $f'(1.5)$, $f'(1.75)$ og $\int_0^2 f(x)\,dx$ eksakt.

# Oppgåve 6

Dette ukommenterte MATLAB-skriptet er ei implementering av halveringsmetoden (midtpunktmetoden):

```
funk=@(x) x^2-cos(x);

a=0;
b=2;
fa=funk(a);
fb=funk(b);

Pres=1e-3;

while abs(b-a)>2*Pres
  c=(a+b)/2;
  fc=funk(c);
  if fa*fc<0
    b=c;
  else
    a=c;
  end
end

x=(a+b)/2
```

- Kva for ein funksjon forsøker dette skriptet å estimere nullpunktet til?
- Når skriptet blir køyrd, gir det svaret 0.8232. Ut fra dette, gi et så lite intervall som mogleg som heilt sikkert inneheld eit nullpunkt for funksjonen.
- Kvifor kan vi vere sikre på at dette intervallet faktisk inneheld eit – og berre eitt – nullpunkt?