

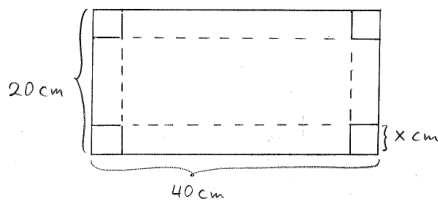
Innlevering i BYFE/EMFE 1000
Oppgavesett 3
Innleveringsfrist: 25. januar klokka 14:00
Antall oppgaver: 4

Noen av disse oppgavene løses ved hjelp av “papir og blyant”, mens andre oppgaver løses ved hjelp av Octave (eller Matlab). Alle svar skal begrunnes. I besvarelsen din skal alle relevante plott og m-filer – funksjonsfiler og skript – være med. “Lim inn” alle relevante utregninger og kommandoer som er utført i Octave i et tekstbehandlingsprogram (OpenOffice, Word, LaTeX etc.). Ta også med eventuelle figurer. Analyse-oppgaver er det nok enklest å føre for hånd; besvarelsen din kan godt være ei blanding av sider skrevet for hånd og maskin. Du kan også velge å skrive alt på maskin, men da **skal** de matematiske uttrykkene være skrevet skikkelig. Til dette trenger du en formeeditor.

Når dere skal implementere numeriske metoder, er det selvsagt helt ok å ta utgangspunkt i filer man har brukt før.

Oppgave 1

- a) Tenk deg at du skal lage ei eske uten lokk ved å klippe bort kvadrater med sider x cm i hvert hjørne av et rektangulært ark, brette sidene og så feste saman hjørnene med tape. Se figur 1. Hvis arket er 40 cm langt og 20 cm bredt, hvilken verdi bør du velge for x for at volumet skal bli størst mulig?



Figur 1: Illustrasjon til oppgave 1a).

- b) Vi tenker oss at dette var ein rimelig god modell for temperaturen en sommer-ettermiddag et eller annet sted i Norge:

$$T(t) = 27 - 0.2(t - 14)^2 + e^{-0.1(t-5)}, \quad D_T = [12, 18] \quad ,$$

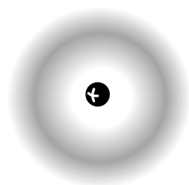
der T er gitt i Celcius-grader, og tida t er gitt ved klokkeslettet (timer etter midnatt). Når var temperaturen høgst og når var han lågast denne

ettermiddagen¹?

- c) Et hydrogenatom består av et proton og et elektron. Det er ikke mulig å si nøyaktig posisjon for elektronet, men vi kan si noe om hvor det er mest *sannsynlig* å finne det. (Se figur 2.) For et hydrogenatom i grunntilstanden gir funksjonen

$$f(r) = \frac{2}{a^3} r^2 e^{-2r/a}, \quad \text{der } a = 0.529 \cdot 10^{-11} \text{ m} \quad \text{og} \quad r \geq 0,$$

sannsynsfordelinga for avstanden mellom protonet og elektronet. For hvilken verdi av r er denne størst? (Denne verdien gir den mest sannsynlige avstanden mellom protonet og elektronet.)



Figur 2: Elektronet i et hydrogenatom kan oppfattes som en sky som omkranser atomkjernen. Denne illustrasjonen tilsvarer en eksistert tilstand av atomet – altså en tilstand med høyere energi enn grunntilstanden.

Oppgave 2

Beregn disse bestemte og ubestemte integralene.

a) $\int (\sqrt{t} + 4t^{1.4}) dt$

b) $\int e^{2x-1} dx$

c) $\int x^2 e^{2x} dx$

d) $\int \frac{1}{t^2 + 9} dt$

e) $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$

f) $\int_0^{\sqrt{\pi}} \sin(x^2) dx$

g) $\int_{-1}^1 x \cos(2x) dx$

¹Her tenker vi oss at ettermiddagen varer fra klokka 12 til klokka 6.

Oppgave 3

Løs disse likningene:

- a) $e^{2x} = 7, \quad x \in \mathbb{R}$
- b) $e^x = -\ln x, \quad x \in \mathbb{R}$
- c) $2 - i = 4z + 2i, \quad z \in \mathbb{C}$
- d) $z^2 - 6z + 13 = 0, \quad z \in \mathbb{C}$

Oppgave 4

Vi tenker oss at strømmen i et vannrør har blitt målt på seks tidpunkter med to sekunders mellomrom. Måleresultatene er gitt i tabellen under:

Tid (s)	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
Strøm (l/s)	7.2	6.9	6.7	6.3	5.8	5.9

- a) Ut fra tabellen over, estimér den deriverte til vannstrømmen ved tidspunktene $t = 2.0$ og $t = 5.0$.
- b) Ut fra tabellen over, estimér hvor mye vann som har passert i tidsintervallet fra 0 til 10.0 s.

