

Innlevering i BYFE 1000
Oppgavesett 3
Innleveringsfrist: 20. februar klokka 14:00
Antall oppgaver: 6, 17 deloppgaver

Noen av disse oppgavene løses ved hjelp av papir og blyant, mens andre oppgaver løses ved hjelp av MATLAB e.l. Husk at alle svar skal begrunnes. Husk også å ta med alle relevante plott, m-filer og kommandoer som er utført i kommandovinduet i MATLAB.

I utgangspunktet krever vi 60 % uttelling for å godkjenne en besvarelse. I tillegg krever vi at minst éi oppgave hvor Newtons metode er implementert i MATLAB (eller liknende) er gjort.

Oppgave 1

Finn den deriverte av følgende funksjoner

- a) $a(x) = x^{7.3} \sin x$
- b) $b(x) = \frac{x^2}{e^{\sqrt{x}}}$
- c) $c(x) = \ln(1 + x^2 + \cos(x^2))$

Oppgave 2

Ei politikvinne med lasermåler står 10 m fra en rett vei. På den veien kjører en bil.

- a) Lag ei skisse som illustrerer situasjonen. Tegn inn alle relevante avstander og gi dem navn.
- b) I det avstanden mellom politikvinna og bilen er 30 m, blir det målt at bilen har farten 20.7 m/s i retning rett mot lasermåleren. Fartsgrensa på strekninga er 80 km/h. Bryter sjåføren denne?



Oppgave 3

I følge Einsteins spesielle relativitetsteori er bevegelsesenergien til en gjenstand med masse m gitt ved

$$E_k(x) = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 1 \right) \quad \text{med definisjonsmengden} \quad D_{E_k} = [0, 1),$$

der $x = v/c$, v er farten til gjenstanden og c er lysfarten. Samtidig er det vanlig å bruke denne formelen for bevegelsesenergi:

$$\frac{1}{2}mv^2.$$

- a) Under riktige forutsetninger er det ikke noen motsetning mellom disse to uttrykkene. Hvorfor ikke; hvilke forutsetninger er dette?

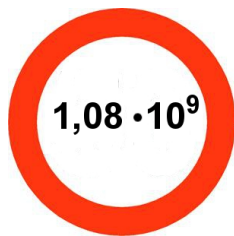
Hint: Forklar hvorfor forskjellen mellom uttrykkene er avgrensa av Kx^4 , der K er en endelig konstant.

- b) Med $m = 1$, plott E_k som funksjon av v for hvert av de to uttrykkene over. La v gå fra 0 til 40% av lysfarten. Du kan bruke at $c = 3.00 \cdot 10^8$ m/s, men det enkleste er å bare bruke c som enhet for fart; $c = 1$.

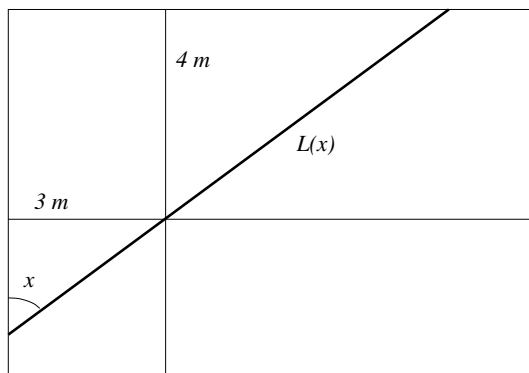
- c) Etter hvert som farten øker, blir formelen $E_k \approx \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2x^2$ mer og mer feil. Bruk Newtons metode til å bestemme denne farten med minst fire rette desimaler. Ved vilken fart overstiger denne feilen 10 % ?

Hint: Nok en gang anbefaler vi å bruke c som enheten for fart slik at $x = v$. Slik som problemstillina over er formulert, er faktisk $x = 0$ ei løsning. Pass på at du finner den andre løsninga.

- d) Problemet i oppgave c) kan faktisk løses eksakt – med papir og blyant. Kontrollér løsninga di fra c) ved å finne denne eksakte løsninga.



Oppgave 4



Skissa over viser et rett hjørne i en korridor hvor bredda er 3 m på den ene sida av korridoren og 4 m på den andre. Den rette linja som berører hjørnet og ytterveggene på begge sider av hjørnet, har lengda $L(x)$ m, der x er vinkelen mellom denne linja og ytterveggen til venstre (i radianer).

- a) Vis hvordan vi kommer fram til at

$$L(x) = \frac{3}{\sin x} + \frac{4}{\cos x} \quad .$$

- b) Om vi ser bort fra tykkelsen, hvor lang er den lengste bjelken som kan bæres horisontalt gjennom dette hjørnet?
- c) Om bjelken er 5 cm tykk, hvor lang er den lengste bjelken som kan bæres horisontalt gjennom dette hjørnet?

Oppgave 5

Finn disse grenseverdiene

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$

Oppgave 6

Denne funksjonen er gitt:

$$f(x) = \frac{\ln x}{e^x}, \quad D_f = [1, 3] \quad .$$

- a) Hvorfor *må* denne funksjonen ha både globalt minimal- og maksimalpunkt?
- b) Vis at likninga $f'(x) = 0$ er ekvivalent med at

$$1 - x \ln x = 0 \quad .$$

Hvorfor har denne likninga nøyaktig ei løsning?

- c) Finn alle globale ekstremalpunkter for f .