

Innlevering i BYFE 1000
 Oppgavesett 2
Innleveringsfrist: 14. november klokka 14:00
Antall oppgaver: 6, 18 deloppgaver

Noen av disse oppgavene løses ved hjelp av papir og blyant, mens andre oppgaver løses ved hjelp av MATLAB e.l. Husk at alle svar skal begrunnes. Husk også å ta med alle relevante plott, m-filer og kommandoer som er utført i kommandovinduet i MATLAB.

I utgangspunktet krever vi 70 % uttelling for å godkjenne en besvarelse.

Oppgave 1

Følgende matriser er gitt:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 10 & 10 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & 5 \end{bmatrix} \text{ og } D = \begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 3 & -1 \\ 1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Dersom noe av det vi ber deg regne ut ikke er definert, skal du kort forklare hvorfor.

- a) Regn ut $2B$, $B + C$, $2A - 3B$, AB , BC og DA .
- b) Finn determinanten til hver av matrisene A , B , C og D .
- c) Regn ut inversen til hver av matrisene A , B , C og D .
- d) Finn matrisa X når
$$(D - 3X)A = D \quad .$$
- e) Kontrollér svarene på alle oppgavene over i MATLAB.

Oppgave 2

Løs følgende ulikheter og skriv svarene ved hjelp av (en union av) intervaller:

- a) $2x - 3 < x + 2$
- b) $\frac{-x+7}{x^2-9} \leq -1$

Oppgave 3

Vi tenker oss at et lite høydebasseng forsyner et samfunn med vann. Videre tenker vi oss at det er montert en måler som til enhver tid måler hvor mye vann som har passert fra et visst tidpunkt. Tabellen nedenfor viser hva som er loggført mellom klokka 9:00 og klokka 10:00 en dag:

Tid	9:00	9:02	9:04	9:06	9:08	9:10	9:12	9:14	9:16	9:18
Volum	1.37	1.98	2.56	3.12	3.68	4.25	4.81	5.31	5.78	6.27

9:20	9:22	9:24	9:26	9:28	9:30	9:32	9:34	9:36	9:38	9:40
6.76	7.23	7.66	8.08	8.50	8.91	9.31	9.70	10.08	10.45	10.79

9:42	9:44	9:46	9:48	9:50	9:52	9:54	9:56	9:58	10:00
11.13	11.46	11.80	12.15	12.50	12.85	13.21	13.59	13.99	14.41

Her er tidspunktene gitt som klokkeslett, og volumet er gitt i m³.

- a) Strømmen er den deriverte av volumet som har passert. Bruk tabellen til å estimere strømmen ut av bassenget klokka halv ti. Gi svaret i liter per sekund.

- b) **Denne deloppgava har dobbel vekt.**

Lag et skript som lager et plott som viser estimert strøm, målt i liter per sekund, som funksjon av tid. Plottet skal være med i besvarelsen¹.

Viktig: Når du gjør dette, ikke skriv av tabellen for hånd. Du finner den på Fronter i fila `Vanntabell.dat`; last inn eller kopiér og lim inn tallene derifra!

Oppgave 4

Bestem følgende grenseverdier – dersom de eksisterer².

a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3-x}{4-2x}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 2x - 12}{4 - x^2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{2}{x}$

¹Se gjerne numerikk-leksjon nummer 6

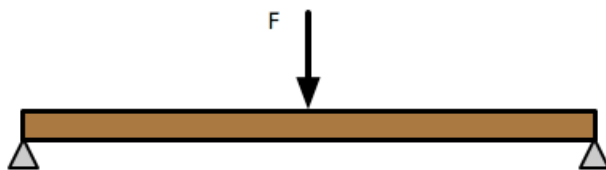
²Vi har ikke gått gjennom L'Hôpital's regel enda, men du kan godt bruke den likevel om du vil – der det passer.

Oppgave 5

Vis³ at dersom matrisene A , D og P oppfyller likninga $A = PDP^{-1}$, er

$$\det A = \det D .$$

Oppgave 6



Figur 1: Figur som illustrerer situasjonen i oppgave 6.

En 4 m lang stålbjelke blir utsatt for en punktlast på 100 kN (kilo-Newton) på midten. (Se figur 1). Dette fører til at bjelken blir bøyd 16 mm ned. Når punktlasta ved tida $t = 0$ plutselig slipper, vil bjelken begynne å svinge. Frekvensen er 8.9 Hz – altså svinger bjelken 8.9 ganger på ett sekund.

- Vi antar at utslaget på midten vil gå som en cosinus-funksjon. Bruk dette og informasjonen over til å sette opp et rimelig funksjonsuttrykk for dette utslaget som funksjon av tid.
- For de 2 første svinge-periodene: Finn alle tidspunkt hvor utslaget oppover er halvparten av maksimalutslaget.
- Vi tar nå hensyn til at svinginga vil bli dempet. Vi antar at maksimalutslaget (amplituden) avtar eksponentielt og at den har blitt redusert til $1/10$ av det opprinnelige etter 7 hele svinginger. Bruk dette til å sette opp ett nytt funksjonsuttrykk for utslaget hvor dempinga har blitt tatt hensyn til.
- Plott funksjonene fra a) og c) over 5 perioder i samme koordinatsystem. Bruk gjerne MATLAB til dette.

³Bruk teorem vi har sett på forelesning eller som står i læreboka til å bevise dette.