

Føreløsing

28/10

① Beskjedar:

1. time i dag: Besøk fra Sweco

○ Relueving onsdag fra 11:30: PI-460

Oblig 2 lagt ut i dag. Frist: 14/11

2. gangs retting av oblig 1 ferdig.

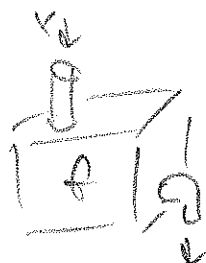
Løysingsforslag lagt ut

② Sweco

③ Funksjoner (1.3 - ikke pensum)

Spørsmål for: Hva er en funksjon [?]

- En sammenheng mellom to størrelser



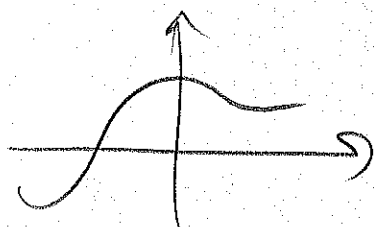
$$y = f(x)$$

[?] Eksempel på funksjons-sammenheng

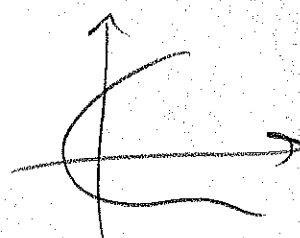
y	x
Trykk	diupn
Porto	velte av brevet
Tid i rommet	tid
$\vdots$	

Krav: For hver x inn i maskinen skal det (maksimalt) komme ut en y .

Grafisk:



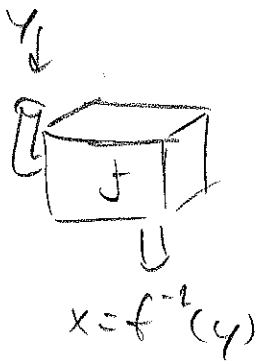
Funk. ? : Ja



Nei

(men: kurve)

[?] Kva skal til for at vi skal kunne sny maskine og få ein ny funk.?

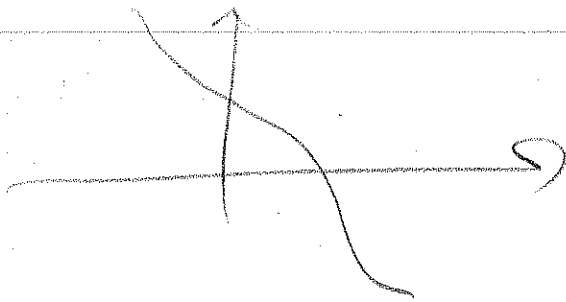


Derom to ulike x -ar
gir same y :

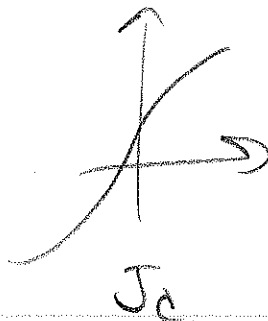
$$f(x_1) = f(x_2), \quad x_1 \neq x_2$$

I så fall: Ein y vil
gi to x -ar. - Ikke
funk.

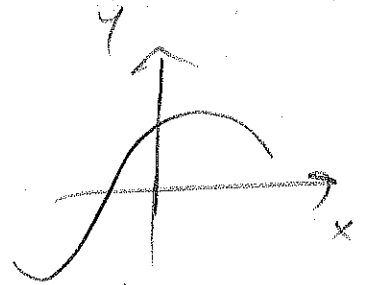
- Krav til at en funk. skal ha en
○ Invers: $x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$
- Ein-etydig eller injektiv



○ Ja



Ja

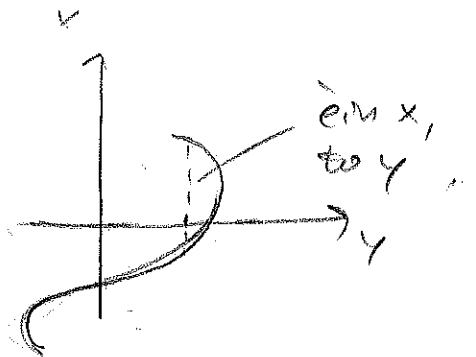


Nei.

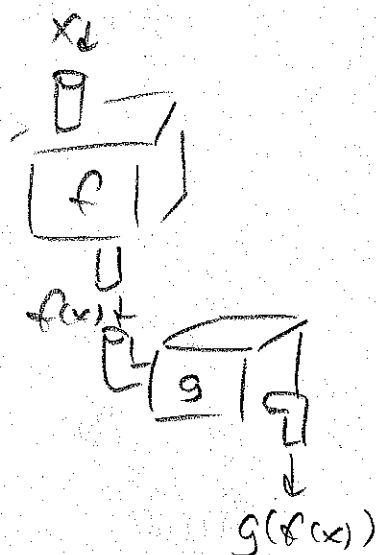


Evt:

Anger om $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$
er injektiv.



Funksjoner kan se påst samme til nye funksjoner:



Eksempel: $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$

$$f(g(x)) = \sin g(x) = \sin x^2$$

$$g(f(x)) = (f(x))^2 = (\sin x)^2 = \sin^2 x$$

Skrev også „ $f \circ g(x)$ “ og „ $g \circ f(x)$ “.

Definisjonsmengde: D_f - mengde av alle x som funk. er definert for - som det finnes en $f(x)$ for.

Verdimengde: V_f - mengde av alle $f(x)$ for alle $x \in D_f$.

Eksempel: Største mulige D_f for $g(x) = \sqrt{x-2}$

Kva blir V_g her?

Med $D_f = [0, \infty)$, $f(x) = \sqrt{x^2+3}$, er f da injektiv?

④ Elementære funksjoner

- Slike som vi typisk ser i lærebøker i matematikk.

Dei er:

Polynom

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

$$x^2 - 7$$

○ $x^3 + 2x - 1$

Potens-funksjoner

$$x^r, \quad r \in \mathbb{R}$$

$$x^\pi, \quad x^{3.7}, \quad \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{-0.5}$$

Trigonometriske funk.

$$\sin x, \cos x, \tan x$$

Ekspontial-funk.: $k \cdot a^{bx}$

○ I tillegg: - Inversfunksjoner av disse og
endelege kombinasjoner.

Kombinasjoner: Sum, differanse, produkt, forhold
og sammensetninger.

Eksempel: $x^\pi + e^x, \quad \frac{x^2 + 7}{x^3 - 2x + 4}$

Polynom delt på polynom: Rasjonal funk.

$$\sin(x^2+2), \quad \sqrt{\tan(2x+1)}$$

(Eksempel Oppgave fra repetisjonssettet.)

Eksempel

Finn $f^{-1}(x)$ når $f(x) = \frac{2x-1}{3-x}$

$$y = f(x)$$

$$y = \frac{2x-1}{3-x}$$

$$(3-x)y = 2x-1$$

$$3y - xy = 2x - 1$$

$$-xy - 2x = -1 - 3y$$

$$(-y-2)x = -1-3y$$

$$x = \frac{-1-3y}{-y-2} = \frac{3y+1}{y+2} = f^{-1}(y)$$

Altså: $f^{-1}(y) = \frac{3y+1}{y+2}$, eller $f^{-1}(x) = \frac{3x+1}{x+2}$

⑤ Litt om polynom

-Kvadratsetningene:

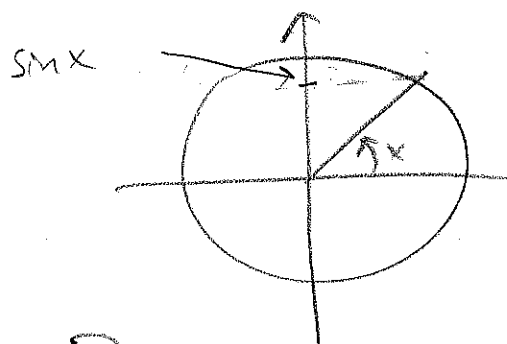
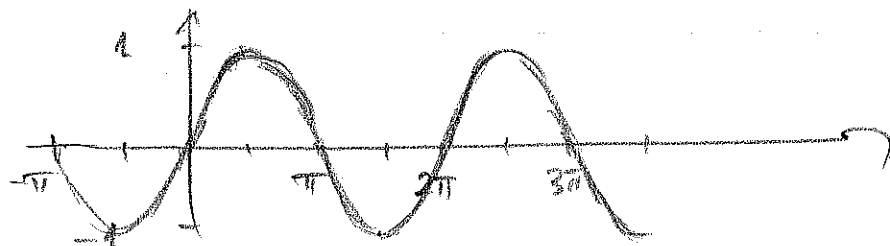
- 1) $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$
- 2) $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
- 3) $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

Eksempel: Løys likn. $x^2 - 5x + 6 = 0$

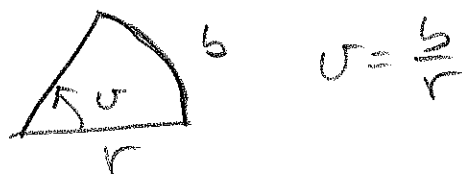
$$x^2 - 5x + 6 = (x - \frac{5}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2 + 6 = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} = 0, \quad x - \frac{5}{2} = \pm \frac{1}{2}, \quad x = -\frac{5}{2} \pm \frac{1}{2}$$

⑥ Mer om trigonometriske funksjoner

$\sin x$:



I dette kurset: Braker radianer, ikke grader, for vinkler.



Til grader: $180^\circ \hat{=} \pi \text{ rad}$

$$\frac{u}{\pi} = \frac{n^\circ}{180^\circ}$$

- Periodiske, periode 2π

[?] Er $\sin x$ injektiv?

→ Nei.

[?] Kan vi gjøre funksjonen injektiv?

→ Ved å avgrense den - f.d. til $[\pi/2, \pi/2]$

Med denne avgrensinga har $\sin x$ en invers-funksjon som vi kaller

arc sin x - "arcus-sinus"

(Evt. : $\sin^{-1} x$)

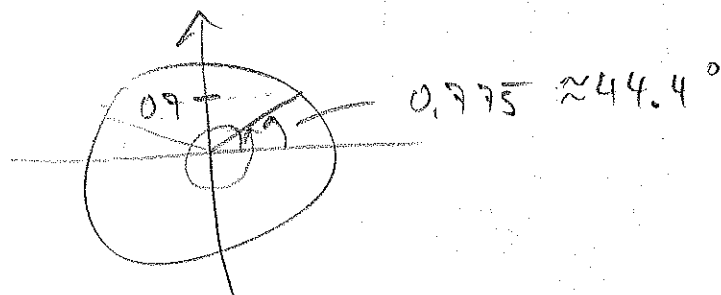
Følgsvarande: $\cos x$ med $x \in [0, \pi]$ har
invers-funktion $\arccos x$

Exempel

Finna x när $\sin x = 0.7$

Kalkulator: $\arcsin 0.7 \approx 0.775$

[?] Betyr det att $x = 0.775$? Tja...



I första omlopp: $x = 0.775$ eller $x = \pi - 0.775$
 $= 2.366$

Generellt: $x = 0.7 + n \cdot 2\pi$ eller
 $x = 2.366 + n \cdot 2\pi$

der n er eit heiltal ($n \in \mathbb{Z}$)

Med $\cos x = a$: $x = \arccos a + n \cdot 2\pi$ eller
 $x = -\arccos a + n \cdot 2\pi$

Med $\tan x = a$: $x = \arctan a + n \cdot 2\pi$
($n \in \mathbb{Z}$)