

- ① Beslutar: • Rom-knoss for A1-6 + M
- Beklagar

Neste mandag: Følges gate 5 → kart

- Trur timeplanen skal vere ok no. Men sjelde Webdntas.

→ Fronter: Timeplan

- Fronter: Frondriftsplan,

- Fronter: Fasilit, lin. alg.

Læreboka: Løysingsforslag til kvar sjedde oppg. (1, 7, 13, ...)

- Levering av rep.-oppg fredag:

Skep i 3. etg.

-Innan 14:00!

- Fronter: MATLAB-oversikt.

NB! Om nokon framleis ikkje har fått lste del med: Gjer det snarast! Eg hjelper gjerne. Også MATLAB på stud.-PC-ar i P35.

② Eksempel

Sid s. 9 og 10 i notat fra 19/8

③ Definere omgrep

Sid s. 7 - 9 i notat fra 19/8

④ Eksempel

Løys desse likningssystema

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad 2x_1 + x_2 &= 3 \\ x_1 - 2x_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 2x_1 - 4x_2 &= -4 \\ x_1 - 2x_2 &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad 2x_1 - 4x_2 &= -2 \\ x_1 - 2x_2 &= -1 \end{aligned}$$

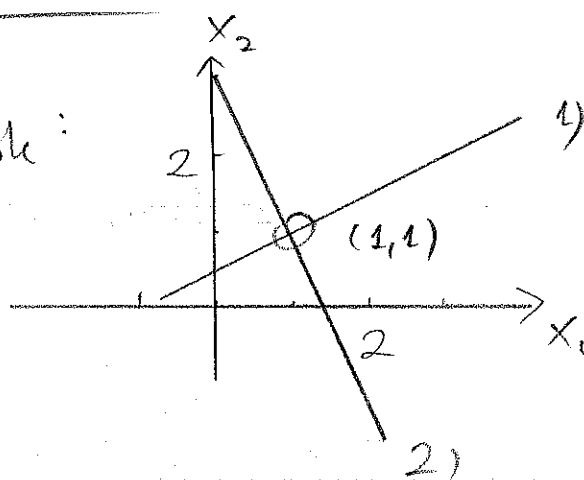
a) Totalmatrise (augmented matrix)

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow -2} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 5 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow \frac{1}{5}} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow -2} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{x_1 = x_2 = 1}$$

Gratistk:



$$1) \quad 2x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow x_2 = -2x_1 + 3$$

" $y = -2x + 3$ "

$$x_1 - 2x_2 = -1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}$$

2)

b) Totalmatrise:

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & -4 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & -4 \end{bmatrix} \xleftrightarrow{\leftarrow -2} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Siste rad: " $0x_1 + 0x_2 = -2$ "

[?] Kva for x_1, x_2 oppfyller dette?

→ Ingen!

Løsningssystemet har ingen løsning.

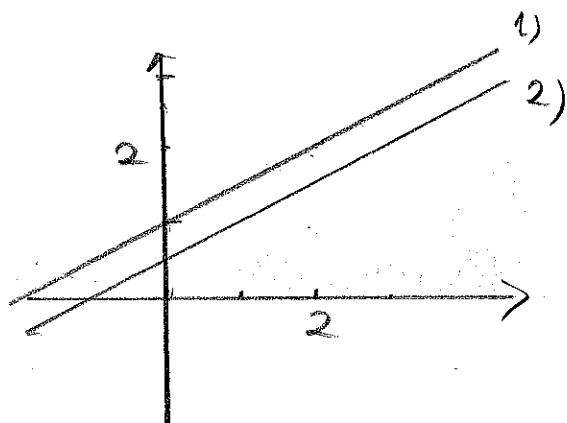
[?] Gratistk?

→ Parallelle linjer

$$1) -4x_2 = -2x_1 - 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}x_1 + 1$$

2) : Same som i a)



- Ingen skæringspunkt.

c) Totalmatrise

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & -4 & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Siste rad: $0x_1 + 0x_2 = 0$ - det visste vi fra før.

- Har egentlig bare én løsning

$$x_1 - 2x_2 = -1 \Leftrightarrow \underline{x_1 = 2x_2 - 1}$$

↗

Generell løsning: x_2 kan være hva som helst, x_1 er gitt ved x_2 .

Vi ser at x_2 er en fri variabel. Likningssystemet har uendelig mange løsninger.

Gratisk: Linjene ligg oppå kvarandre.

⑤ Løsningsmengdene i $\mathbb{R}^3$ (rommet)

② Gratisk, leve kan " $ax_1 + bx_2 + cx_3 = d$ " representere?

→ Eit plan (med normalvektor $[a, b, c]$).

3 likningar i 3 ukjende: Skjæringsplet.
mellom 3 plan

→ Figur

② Kva dund kan skje?

- Inga løysing, parallelle plan (figur)
eller plan parallell med skjæringslinje

- Uendelig mange løysingar, parallell
skjæringslinje - eller samanfallede
plan.

Eksempel

Bestem løsningsmængdene til disse
ligningssystemer:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 = 6 \\ 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

$$3x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 7$$

$$b) \begin{cases} 2x_1 - 4x_2 = 6 \\ 3x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

$$3x_2 - x_3 = 1$$

$$2x_1 - x_2 - x_3 = 9$$

a) Totalmatrise:

$$\begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{-1} \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 6 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-1} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{1}{3}} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{2} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_1 - \frac{2}{3}x_3 = \frac{11}{3}$$

$$x_2 - \frac{1}{3}x_3 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2}{3}x_3 + \frac{11}{3} \\ x_2 = \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{3} \\ x_3 \text{ er fri} \end{cases}$$

ingen løsningsmuligheder

b) Triks: Ser at koeffisientmatrisa er den same som i a). Vi kunne ha laga ei stor totalmatrise og redusert denne - og løst både a) og b) samtidig.

Her:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -4 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & \\ 2 & -1 & -1 & 9 & \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 2 & -4 & 0 & 6 & -1 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & \\ 0 & 3 & -1 & 3 & \end{array} \right] \sim$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & 0 & 3 & \\ 0 & 3 & -1 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 2 & \end{array} \right] \text{ leiande tal}$$

Ser av rad 3 at likningssystemet ikke har noen løsning; det er inkonsistent. (Det er heilt umogeleg for alle tre likningane å vere oppfylde samtidig.)

Inkonsistent - forleikbare

Oppsummert

- Om vi har redusert totalmatrise til trappiform og finn eit leiande tal i søyla lengst til høgre, er

likningssystemet inkonsistent.

- Krav av dei andre søylene tilsvarar ein variabel. Om alle desse har eit leiande tal, blir alle variablar bestemt, og vi får ei eintydig løysing (gitt at det er konsistent). Dersom ei søyle manglar leiande tal, og systemet er konsistent, vil ikkje den tilsvarande variabelen bli bestemt, og vi får uendelig mange løysingar.

Eksempel

For kvar av desse (redukserte) totalmatrisene, kor mange løysingar har likningssystema?

a)
$$\begin{bmatrix} \textcircled{5} & 0 & 3 & 8 \\ 0 & \textcircled{2} & 1 & 4 \\ 0 & 0 & \textcircled{8} & 3 \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $x_1 \quad x_2 \quad x_3$

Eintydig løysing

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

↑ x_3

- Konsistent

- Ikke noen ledende tal
for x_3 . Uendelig mange
løsninger

$$c) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

← Inkonsistent; inga løsninger

$$d) \begin{bmatrix} 3 & 0 & 4 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

← Ingen ledende tal i søyle 3, x_3 er fri
- Uendelig mange løsninger.

3-