

Førelsing BYFE 1000

19/8

- ① Beskjedar:
- MATLAB, feil e-post: Ordne.
 - Grupper, reknearbeid, WebUntis: Sjekk!
 - Førel.: $\begin{cases} \text{Teori} \\ \text{Matlab} \end{cases}$

Reknearbeid — viktigast $\rightarrow$ Timeplaner

- I tillegg: Kontor, e-post
- Om beregning og MATLAB
- Fronten-rommet, brukt aktivt
— sjekk flere ganger i veke
(uke)

② Har alle tilgang?

- Rep.-førelsing: Onsd. 16:45-18:30, PJ 254
- Obligatoriske innleveringer: 4 stk.

② Innhold: Kalkulus og Lineær algebra

$f(x)$, $f'(x)$, $\int f(x) dx$

Diff. uten.

Matriser m.m.

Legg en del til grunn:

Reknerelkefølge $3 + 2 \cdot 3$ $\begin{cases} 15 ? \\ 9 ? \end{cases}$

Algebra

- Korting, faktorisering, kvadratsen.
- Polynomdivisjon
- Regneregler for potenser, logaritmar
- trigonometriske funk., likn., ulikh.

Derivasjon og anti-derivasjon: Teknikkar

- Nokon vil nok ha bruk for å jobbe litt meir med dette. - Nokon repetisjon i dette kurset, men ikkje så mykje.
- Repetisjonsforelesing: Onsdagar frå 16:45, PI254
- Oppgavesett med repetisjonsoppgåver: Ligg på Fronter. - Leverer seinast 29/8 (kjem til bake til kvar). - Ikkje ein ordinær oblig.

③ Apropos: Oblig. og "frivillig"

Ingenting er "tvung". For å få bestått, må ein gjere obligane og leverer ein (minst) de eksamen. (Ikkje alle lærar dette...)

Men: For å klare dette, må ein ta ansvar og jobbe jamt.

Viktigast: Rekne oppgaver (i reknevinger + meir).

Student ≠ elev.

Tips: Kikke på gamle eksamenar

④ Lineære likningssystem (1.1)

- Fleire ubekende, x, y, z eller $x_1, x_2, x_3, \dots$
- Lineære: Berre summar og ganging med konstant

Til dømes: $5x_1 - 3x_2$ er lineær

$\left. \begin{array}{l} \sqrt{x_1} + 2x_3 + x_4 \cdot x_5 \\ \sin(x_1 + x_2) + x_3^2 \end{array} \right\}$ er ikke lineære

- To vanlege metodar: Innsetningsmetoden og addisjonsmetoden

Eksempel

Løys likningssystemet

$$x_1 + 2x_2 = 11$$

$$3x_1 - 2x_2 = 9$$

Innsetningsmetoden:

1. likn.: $x_1 = 11 - 2x_2$

Sett inn i likn. 2:

$$3(11 - 2x_2) - 2x_2 = 9$$

$$33 - 6x_2 - 2x_2 = 9$$

$$-8x_2 = 9 - 33 = -24$$

$$x_2 = \frac{-24}{-8} = 3$$

$$x_1 = 11 - 2 \cdot 3 = 5$$

$$x_1 = 5 \text{ og } x_2 = 3$$

[?] Kor mange løysingar?
 $\rightarrow \underline{Ei}$

Addisjonsmetoden:

$$x_1 + 2x_2 = 11$$

$$3x_1 - 2x_2 = 9$$

Ser! Om vi adderer dei, forsvinn x_2

[?] Kvi for har vi lov til det?

$$(1+3)x_1 + (2-2)x_2 = 11+9$$

$$4x_1 = 20, \quad x_1 = 5$$

$$\text{Likn. 1: } 5 + 2x_2 = 11, \quad x_2 = \frac{11-5}{2} = 3$$

$$\underline{x_1 = 5, x_2 = 3}$$

I dette kurset: Addisjonsmetoden

Eksempel

Løs dette lineingsystemet

$$3x_2 + x_3 = 9 \quad \text{I}$$

$$2x_1 + 2x_3 = -4 \quad \text{II}$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \quad \text{III}$$

- Gjør litt omstendelig, fram

• Bytt linen. I og II:

$$2x_1 + 2x_3 = -4 \quad \text{I}$$

$$3x_2 + x_3 = 9 \quad \text{II}$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \quad \text{III}$$

• Ganger linen. I med $1/2$

$$x_1 + x_3 = -2 \quad \text{I}$$

$$3x_2 + x_3 = 9 \quad \text{II}$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2 \quad \text{III}$$

• Legg -2 ganger I til III:

$$x_1 + x_3 = -2$$

$$3x_2 + x_3 = 9$$

$$2x_2 + x_3 = 6$$

$$-2x_1 - 2x_3 = 4$$

$$2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 2$$

$$0 + 2x_2 + x_3 = 6$$

- Kan legge $-\frac{2}{3} \times \text{II}$ til III .

For å slippe brødreking:

Trekker III fra II

$$x_1 + x_3 = -2 \quad \text{I}$$

$$x_2 = 3 \quad \text{II}$$

$$2x_2 + x_3 = 6 \quad \text{III}$$

- Legg $-2 \times \text{II}$ til III

$$x_1 + x_3 = -2 \quad \text{I}$$

$$x_2 = 3 \quad \text{II}$$

$$x_3 = 0 \quad \text{III}$$

- Trekk III fra I

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 3$$

$$x_3 = 0$$

- Vi gir det samme om igjen med en litt mer kompakt skrivemåte:

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 0 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \swarrow \\ \searrow \end{smallmatrix}} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & -4 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xleftarrow{\frac{1}{2}} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \leftarrow \\ -1 \end{smallmatrix}} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{smallmatrix} \leftarrow \\ -1 \end{smallmatrix}} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Tilsvaret

$$\begin{aligned} 1 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 &= -2 & x_1 &= -2 \\ 0 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 &= 3 & x_2 &= 3 \\ 0 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 1 \cdot x_3 &= 0 & x_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 & 9 \\ 2 & 0 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} : \text{Totalmatrisen for likn.-syst.}$$

(augmented matrix)

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix} : \text{Koeffisientmatrisen for likn.-syst.}$$

Vi utfører relekeoperasjoner på totalmatrisen slik at vi får den til å være i reduert treppesform (reduced row echelon form).

Rekkeoperasjoner

- Bytte om to rekker
- Gange ei rekke med eit tal ($\neq 0$).
- Legge eit multiplum av ei rekke til ei anna.

Trappeform

- Det første talet ulike 0 i ei rekke kalla konsekvent til høgre for tilsvarende tal i rekka over
- Eventuelle null-rekker skal stå nederst

trapp

Leidende tal

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 7 & 8 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[2]

Ja

Nei

Nei

Redusert trappeform

- Trappeform
- Alle leiende tal er 1 (leiende enor).

- Alle tal over leiende einingar er 0.

Laereboka: Posisjonen til leiende tal kalla "pivot position".

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

?

Nei

J_0

J_2

Identiteits-
matrisa

Eksempel

For likningssystema under: Løys desse ved å sette opp totalmatrisa for systemet og rekke redusere denne til redusert trappetform

a)
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 2 \\ -x_1 - 2x_2 &= 1 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\ -2x_1 - x_3 &= -5 \end{aligned}$$

a) Totalmatrise

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow -1 \\ \leftarrow -1 \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \leftarrow -2 \end{matrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix}$$

↑

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = -4$$

$$\begin{pmatrix} 1x_1 + 0x_2 = 7 \\ 0x_1 + 1x_2 = -4 \end{pmatrix}$$

Reduziert Stufenform

b) Totalmatrise

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & -1 & -5 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nearrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 1 & 8 \\ -2 & 0 & -1 & -5 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & -5 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -5 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \nwarrow \\ \nwarrow \\ \nwarrow \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = -1$$

$$x_3 = 1$$