Innlevering	BYFE DAFE Matematikk 1000 HIOA
	Obligatorisk innlevering 3
Innleveringsfrist	Fredag 19. februar 2016 kl 14:00
Antall oppgaver:	9

1

En matirse M er en inverterbar 7×7-matrise. Anta at M har søylevektorene $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \ldots, \vec{v_7}$. Løs likningssystemet

$$x_1\vec{v_1} + x_2\vec{v_2} + \cdots + x_7\vec{v_7} = \vec{0}$$

2

Vi har likningssystemet $A\vec{x} = \vec{b}$. Hvor A er lik $[\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3]$. Vi anvender Matlab kommandoen rref på totalmatrisen til likninssystemet og får

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.012 \\ 0 & 1 & 0 & -2.472 \\ 0 & 0 & 1 & 0.123 \end{bmatrix}$$

Uttrykk $\vec{b}$ som en lineær kombinasjon av søylevektorene til matrisen A.

3

Bestem verdiene for parametrene a og b slik at likningsystemet med totalmatrise radekvivalent til følgende matrise har

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & a+1 & b \end{bmatrix}$$

1. én løsning
2. uendlig mange løsninger
3. ingen løsninger

Bestem løsningene når likningssystemet har løsninger.

4

Regn ut determinanten til matrisen

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{bmatrix}$$

uttrykt ved de tre parametrene a, b og c. (Her er det naturlig å benytte den rekursive beskrivelsen av determinanter.)

5

Benytt den rekursive definisjonen av determinanter til å regne ut determinanten til

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 7 & 3 & 20 \\ -1 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

samt bestem inversmatrisen ved å finne den adjungerte til A

$$A^{-1} = \frac{\mathrm{Adj}(A)}{\det(A)}$$

6

En lineær transformasjon $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ er gitt ved først å skalere x-koordinaten med faktoren 2 og deretter rotere 90 grader om y-aksen i positiv retning. (bestemt av høyrehandsregelen). Finn standardmatrisen til T.

Hva blir standardmatirsen til den linære transformasjonen vi får hvis vi istede først roterer og deretter skalerer x-koordinaten?

7

En lineær transformasjon $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ har egenskapen

$$T\left(\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{og} \quad T\left(\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Bestem standardmatrisa til T.

8

I denne og neste oppgave bør matlab benyttes. Dere trenger ikke levere noen kode, men skriv og forklar hva dere gjør.

Forklar hvorfor tredjegradslikningen

$$x^3 - 3x + 1 = 0$$

har tre forskjellige løsninger, Benytt halveringsmetoden til å estimere de tre løsningene slik at feilen for hver av løsningsestimatene er mindre enn 10^{-6}.

9

Benytt halveringsmetoden til å finne alle røttene til likningen

$$3^x - 5x = 0$$

med ein feil som er mindre enn 10^{-12}.