Oppgaver Forkurs Matematikk OsloMet
18. august 2020

Forsøk å regne uten bruk av hjelpemiddel

Oppgave 1. Primtall er heltall større enn eller lik 2 som bare er delelige med seg selv og 1. De første primtallene er

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots$$

Alle naturlige tall er et produkt av primtall. Primtallene som forekommer i primtallsfaktoriseringen og antall ganger de forekommer er bestemt av tallet. For eksempel er $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$.

Faktoriser de følgende naturlige tallene som produkt av primtall

$$10 \quad 30 \quad 99 \quad 91 \quad 256$$

Oppgave 2. Finn heltallene lik

$a)\ 2(3+4)\ og\ 2\cdot 3+4 \quad b)(-2)^3\ og\ -2^3 \quad c)\ -3(5-2)\ og\ -3\cdot 5-3\cdot 2$

Oppgave 3. Skriv følgende tall som en fullstendig forkortet brøk (teller og nevner er relativt primiske, dvs. de kan ikke begge deles med et felles primtall).

$$4/8 \quad 3/7 \quad 200/150 \quad 98/14 \quad (30+66)/(6+9) \quad 3/4+1/5 \quad 1/7-1/9$$

Oppgave 4. Stokk om på de følgende rasjonale tallene slik at de blir ordnet etter størelse. Det minste tallet skal være lengst til venstre (økende rekkefølge)

$$1/3 \quad 1/2 \quad -1/4 \quad 2/5 \quad 5/2 \quad 0/6 \quad 7/3$$

Oppgave 5. Regneoperasjonene subtraksjon og divisjon har ikke så fine egenskaper som addisjon og multiplikasjon. Finn heltallene lik

$$a)\ 2-3 \text{ og } 3-2 \quad \text{samt} \quad 5-(3-2) \text{ og } (5-3)-2$$

Subtraksjon er altså ikke kommutativ eller assosiativ. Lag tilsvarende eksempler for å vise at divisjon heller ikke er kommutativ eller assosiativ.

Oppgave 6. Forklar hvorfor $a(bc) = (ab)c$ for alle naturlige tall a, b og c.

Oppgave 7. Finn tallene lik

$$2-3-4+5 \qquad 2-(3-4)+5 \qquad 2-3-(4+5)$$

Oppgave 8. Finn heltallene lik

$a)$ $3\cdot 2^2$ og 32^2 og $(3\cdot 2)^2$ $\quad b)$ $(2-3)^3$ og $2-3^3$ $\quad c)$ $2-3^2$ og $2+(-3)^2$

Oppgave 9. Skriv tallene som en forkortet brøk

$$(2^3)^{-1} \qquad 3^8\cdot 3^5\cdot 3^{-10} \qquad \frac{5^3\cdot 5^5\cdot(1/5)}{(5^2)^3} \qquad \frac{6^7\cdot 2^{-5}}{3^8}$$

Oppgave 10. Gang ut parentesene

$$a(b+c) \quad a(b-c) \quad -a(b+c) \quad -a(b-c)$$

Oppgave 11. Forkort

$$\frac{6a^3+2a^5}{a^4(3/a^{-2})-a(-a)^7}$$

Oppgave 12. Forklar hvorfor $\sqrt{n}$ enten er et heltall eller et irrasjonalt tall for alle naturlige tall n. Avgjør hvilken av tallene

$$\sqrt{7} \quad \sqrt{81} \quad \sqrt{52} \quad \sqrt{1} \quad \sqrt{28}$$

som er heltall og hvilken som er irrasjonale tall.

Hint: Forklar at et heltall n er et kvadrat av et annet heltall hvis og bare hvis hvert primtall i primtallfaktorisering til n forekommer et jevnt antall ganger.

Anta at $\sqrt{n}=a/b$. Da er $nb^2=a^2$. Bruk dette til å vise at $\sqrt{n}$ ikke er et rasjonalt tall (kan skrives som en brøk) presis når minst ett av primtallene i primtallsfaktoriseringen til n forekommer et odde antall ganger. Du kan først vise at $\sqrt{2}$ er irrasjonalt før du viser det generelle resultatet.