

Innlevering Fork1100 - Matematikk forkurs OsloMet
Obligatorisk innlevering 6
Innleveringsfrist Onsdag 11. mars 2020 kl. 16:30
Antall oppgaver: 11

Vinkler har enhet radian i hele oppgavesettet. Svarene skal grunngis.

1

Løs likningene ved regning. Gi svaret eksakt og skriv det enklest mulig.

a) $e^{2x} - 6e^x + 5 = 0$

b) $3e^{4x} = 2$

c) $3e^{-2x} = 1 - 2e^{-x}$

d) $2(e^x - e^{-x}) = 3$

e) $9 \cdot 2^x = 4 \cdot 3^x$

2

Løs likningene ved regning. Gi svaret eksakt og skriv det enklest mulig.

a) $\ln(x - 1) = 1$

b) $\ln(x) - \ln(x - 1) = 1$

c) $\ln(2x - 1) - \ln(8) = 2 \ln(1 - x)$

d) $\ln(x^2 + 3) = 2 \ln(x + 1)$

e) $(\ln(x))^2 - 1 = 4 \ln(x)$

3

Deriver de følgende funksjonene.

a) $f(x) = e^{\cos x}$

b) $f(x) = \ln(\sin(5x))$

c) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

d) $f(x) = \ln(\sqrt{x+4})$

4

Vi studerer funksjonen $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ med definisjonsmengde $x > 0$. Finn nullpunktene og topp- og bunnpunktene til $f(x)$. Bestem vendepunkter og avgjør hvor funksjonen er konkav opp og konkav ned. Beskriv en likning for tangentlinjen til $f(x)$ i $x = 2$

5

Deriver de følgende funksjonene.

a) $f(x) = 3 \cos(2x - 1) + 12$

b) $f(x) = x^2 \sin(x)$

c) $f(x) = \cos(\sin(x))$

d) $f(x) = \cos(2x) \sin(3x)$

6

Løs følgende likninger. Gi svarene med 4 gyldige siffer.

a) $\arcsin x = 0.3786$

b) $\tan(2\pi x) = 1$ hvor $x \in [-2, 2]$.

c) $\cos(2x - 1) = 0.3479$ hvor $x \in [0, 3]$.

d) $\sin(x^2 + 3x) = 0.5567$ hvor $x \in [-2, 4]$.

7

Finn alle løsningene, i første omløp $[0, 2\pi)$, til ulikhetene. Svaret skal gis eksakt.

a) $\sqrt{3} \sin(x) + \cos(x) > 0$

b) $\cos^2(x) + 2 \cos(x) + 3/4 \geq 0$

c) $\cos^2(x) - \sin(x) < -1$

d) $\cos(x - 1) < 2 \cos^2(x - 1)$

Løs gjerne de følgende to ulikhetene også.

e) $\sin(x) < \sin(2x)$

f) $2 \cos(2x) + 8 \cos(x) + 5 \geq 0$

8

Skriv følgende funksjoner som en harmonisk svingning på standard form

$$A \sin(k(x - c)) + d$$

hvor $A, k \geq 0$. Velg gjerne c slik at $|c|$ er minst mulig. Finn også perioden til svingningene. Det kan være hjelp i å se på grafen til funksjonene (geogebra).

- a) $f(x) = \sin(2\pi x + 4\pi)$
- b) $f(x) = \sin(-2x + 20)$
- c) $f(x) = \cos(2x)$
- d) $f(x) = \cos^2(3x) - 1/2$

9

Gitt funksjonen

$$f(x) = \cos^2(x) - \sin(x) + 1$$

med definisjonsmengde $[-\pi, \pi]$. Finn nullpunktene og vendepunktene til $f(x)$. Avgjør hvor $f(x)$ vokser og avtar. Finn ekstremalpunktene til $f(x)$. Lag en skisse av grafen til $f(x)$.

10

(Valgfri oppgave) Her er et standard eksempel som viser at den deriverte ikke alltid trenger være en kontinuerlig funksjon. Vis at funksjonen

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^2 \sin(1/x) & 0 < x \end{cases}$$

er deriverbar i alle punkt, men at den deriverte ikke er kontinuerlig i $x = 0$.

11

Løs de ubestemte integralene

- a) $\int (12x^3 - 6x^2 + 8x - 4) dx$
- b) $\int (1/x - 4/x^2) dx$
- c) $\int (3\sqrt{x}) dx$
- d) $\int (e^x - \sin(x) + 2 \cos(x)) dx$