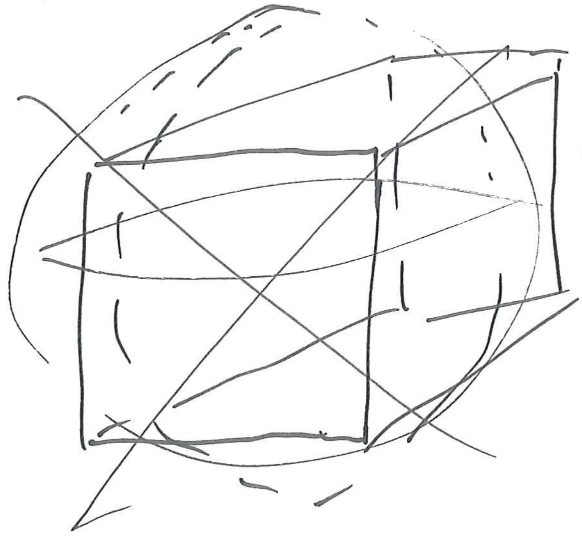
oblig 2
oppg 10

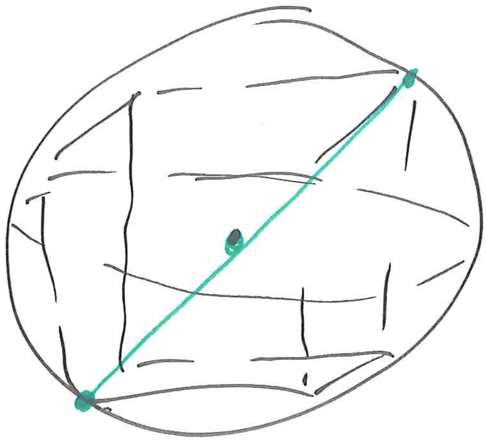
$$\frac{\text{Volum kulen}}{\text{Volum kuben}} = \frac{\pi}{6} \approx 0{,}5235\ldots$$

(1) Kule radius r
Kuben har sidelengde 2r (diameteren)

$$\frac{V_{kule}}{V_{kube}} = \frac{\frac{4\pi}{3}\cdot r^3}{(2r)^3} = \frac{\left(\frac{4\pi}{3}\right) r^3}{8\cdot r^3} = \frac{4\pi}{8\cdot 3} = \frac{\pi}{2\cdot 3} = \underline{\underline{\frac{\pi}{6}}}$$



Nytt forsøk:

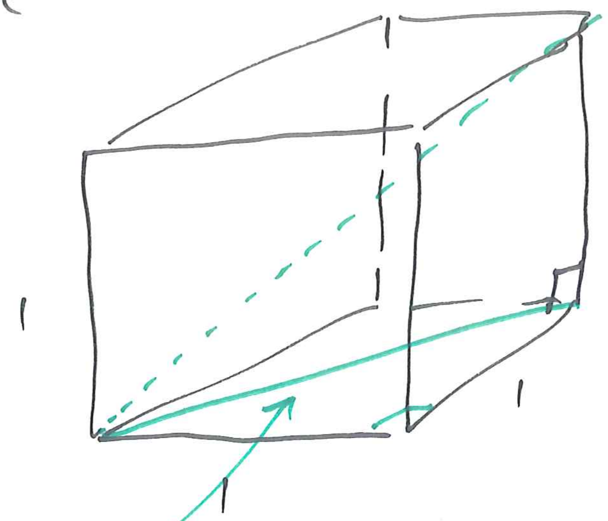


$$\frac{\text{Volum kule}}{\text{Volum kube}}$$

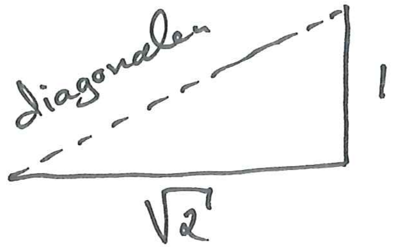
Diagonalen i kuben
= diameteren i kulen.

Diameter i en kube

(2)



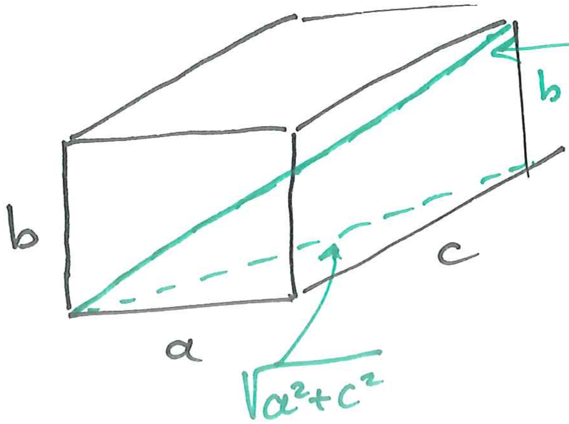
diameter til siden er $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$



lengden

$$\sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{2+1} = \underline{\underline{\sqrt{3}}}$$

boks (rett prisme)



Diagonalen har lengde $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

(Benytter Pytagoras to ganger)

(14.3 i boka)

Lengden til vektoren $\vec{v} = [x, y, z]$

3 i $\mathbb{R}^3$ er $|\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Eks

$$|[2, 5, 0]| = \sqrt{2^2 + 5^2 + 0^2} = \sqrt{29}$$

$$|[1, 1, 1]| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$|[-3, 4, 5]| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{2} \cdot 5$$

oppgave Bestem t slik at

vektoren $\vec{v} = t[\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{5}]$ har lengde 12

$$|\vec{v}| = 12$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(\sqrt{2} \cdot t)^2 + (\sqrt{2}t)^2 + (\sqrt{5} \cdot t)^2} = 12$$

$$\sqrt{2t^2 + 2t^2 + 5t^2} = 12$$

$$\sqrt{9t^2} = 12$$

$$3\sqrt{t^2} = 12$$

$$\sqrt{t^2} = 4$$

$$|t| = 4$$

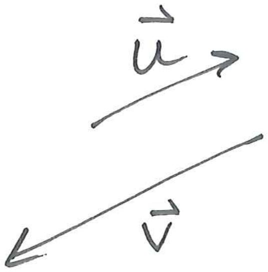
$\underline{t = -4}$ eller $\underline{t = 4}$

④

$\vec{u}, \vec{v}$ er parallelle vektorer hvis

1) minst én av dem er null-vektoren
2) samme eller motsatt retning

Hvis $\vec{u} \neq \vec{0}$, da er $\vec{u}, \vec{v}$ parallelle $\Leftrightarrow$
$\vec{v} = t \cdot \vec{u}$ for en skalar t.



Hvilke av vektorene $[2,3]$, $[4,5]$ og $[-10,-15]$ er parallelle?

1. og 3. vektor er parallelle...

Bestem a slik at $[1,2]$ og $[a,-7]$ blir parallelle.

$[1,2] \neq 0$ parallelle $\Leftrightarrow$

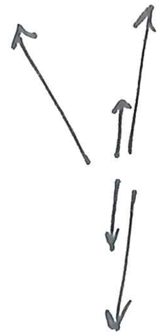
$t[1,2] = [a,-7]$ for en t

x-koordinate $\quad t \cdot 1 = a$ $\quad$ tar forholdet
y- —— $\quad t \cdot 2 = -7$

$\frac{1}{2} = \frac{a}{-7}$ så $a = \frac{-7}{2} = \underline{\underline{-3{,}5}}$

Bestem b slik at

(5) $[0, b]$ og $[-1, 3]$ blir parallelle



$t[-1, 3] = [0, b]$

$-t = 0$

$3t = b$

Så $t=0$ og da $\underline{\underline{b=0}}$

Når er $[a+1, a]$ parallell til $[4,-5]$?

$[4,-5] \neq 0$ parallelle $\Leftrightarrow$

finnes en t $t[4,-5] = [a+1, a]$

$4t = a+1$

$-5t = a$

(Forholdet : $\frac{4}{-5} = \frac{a+1}{a}$ $a \neq 0$ ...)

$t = \frac{a+1}{4}$ og $t = \frac{a}{-5}$

Så $\frac{a+1}{4} = \frac{a}{-5}$ ganger 20

$5(a+1) = -4a$

$5a+5 = -4a$

$9a = -5$

så $a = \underline{\underline{-5/9}}$

Når er $[t^2, t]$ og $[-3,1]$ parallelle?

(6)

$$s[-3,1] = [t^2, t]$$

$$-3s = t^2$$
$$s = t$$

(Forholdet gir: $\frac{-3 = t}{}$ overser tilfellet $t=0$)

bare gyldig når nevner $t \neq 0$.

Alternativt $s=t$ setter inn for s i $-3s=t^2$

gir $-3t = t^2 \iff t^2+3t = t(t+3)=0$

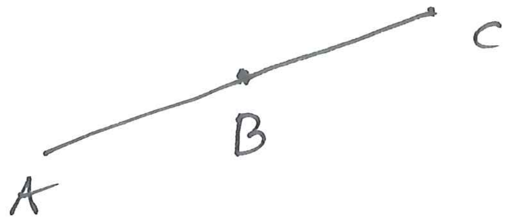
$\underline{t=0}$ og $\underline{t=-3}$.

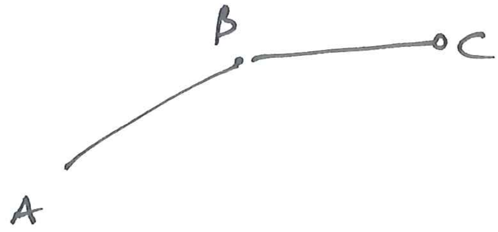
Hvilke av vektorene $[3,-2,4]$, $[-21,14,-28]$ $[1,2,3]$ er parallelle?

De to første vektorene er parallelle
$-7 \cdot$ første vektor $=$ andre vektor.

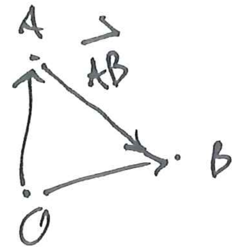
Ligger punktene $A(1,2,3)$
$B(2,1,5)$
og $C(-2,5,-3)$

⑦ på en linje?





punktene ligger på en linje $\Leftrightarrow$ $\vec{AB}$ og $\vec{BC}$ er parallelle



$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$
$$= [2,1,5] - [1,2,3]$$
$$= [1, -1, 2].$$

$$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB}$$
$$= [-2,5,-3] - [2,1,5] = [-2-2, 5-1, -3-5]$$
$$= [-4, 4, -8].$$

Viser: $\vec{BC} = -4\vec{AB}$

så de tre punktene ligger på en linje.

12.9

Resultat:

$\vec{a}, \vec{b}$ ikke parallelle vektorer (så $\neq \vec{0}$)

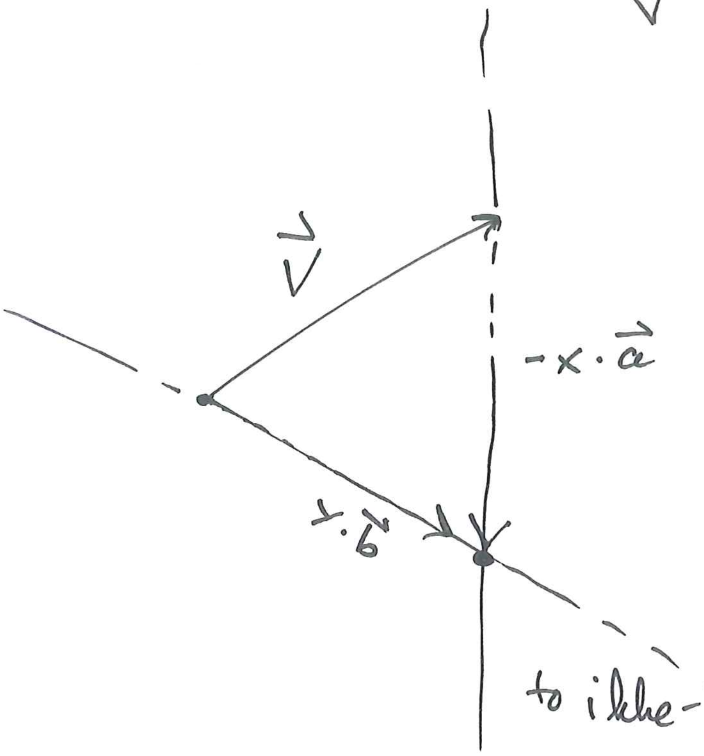
Alle vektorer i $\mathbb{R}^2$ er på formen

$x\vec{a} + y\vec{b}$ for entydige x og y

8

DVS. For alle $\vec{v}$ i $\mathbb{R}^2$ så finnes det presis én x og én y slik at

$$\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}.$$



$$\vec{v} + (-x\vec{a}) = y\vec{b}$$

Så $\vec{v} = x\vec{a} + y\vec{b}$

to ikke-parallelle linjer.

La $\vec{a}$ og $\vec{b}$ være ikke parallelle vektorer i $\mathbb{R}^2$

Er noen av vektorene

$\vec{V}_1 = 2\vec{a} - 10\vec{b}$, $\vec{V}_2 = 2\vec{a} + 10\vec{b}$, $\vec{V}_3 = -3\vec{a} + 15\vec{b}$

parallelle?

(9)

$t\vec{V}_1 = \vec{V}_2$ $\quad (\vec{V}_1 \neq \vec{0})$

$t(2\vec{a} - 10\vec{b}) = 2\vec{a} + 10\vec{b}$

$2t\vec{a} - (10t)\vec{b} = 2\vec{a} + 10\vec{b}$

$\underbrace{(2t-2)}_{0}\vec{a} = \underbrace{(10+10t)}_{0}\vec{b}$

(ellers ville $\vec{a}$ og $\vec{b}$ vært parallelle)

$2t = 2$, $t = 1$ og $10 + 10t = 0$

$t = -1$

ikke mulig

$-\frac{3}{2}\cdot\vec{V}_1 = -\frac{3}{2}(2\vec{a} - 10\vec{b}) = -3\vec{a} + 15\vec{b} = \vec{V}_3$

Så $\vec{V}_1$ og $\vec{V}_3$ er parallelle.

$\vec{a}, \vec{b}$ ikke-parallelle

$\vec{V}_1 = -3\vec{a} + 5\vec{b}$ $\quad \vec{V}_2 = \vec{a} + z\vec{b}$

Bestem z slik at $\vec{V}_1$ og $\vec{V}_2$ blir parallelle.

$s\vec{V_2} = \vec{V_1}$

$s(\vec{a} + t\vec{b}) = s\vec{a} + s \cdot t \cdot \vec{b} = -3\vec{a} + 5\vec{b}$

(10)

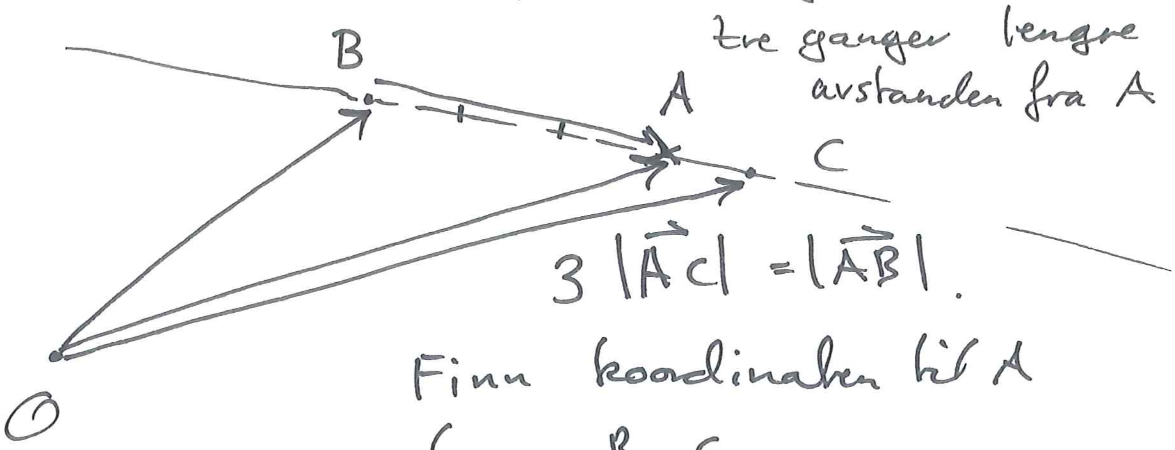
$s = -3$

$s \cdot t = 5$ $\quad\quad -3 \cdot t = 5$

$t = -5/3$

$\vec{V_1}$ og $\vec{V_2}$ er parallelle når $t = -5/3$

$(\vec{V_1} \parallel \vec{V_2})$



Avstanden fra A til B er tre ganger lengre enn avstanden fra A til C.

$3|\vec{AC}| = |\vec{AB}|$.

Finn koordinaten til A fra B, C.

$$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA}$$

$\vec{BA}$ er parallell til $\vec{BC}$

lengden er $\frac{3}{4}$ av lengden til $\vec{BC}$.

[Lengden $BC = |\vec{AC}| + |\vec{AB}| = |\vec{AC}| + 3|\vec{AC}|$
$= 4|\vec{AC}|$]

$|\vec{AC}| = \frac{1}{4}|\vec{BC}|$

$|\vec{BA}| = 3 \cdot |\vec{AC}| = \frac{3}{4}|\vec{BC}|$.

$\vec{BA}$ og $\vec{BC}$ har samme retning.

$\vec{BA} \cancel{\vec{AC}} = \frac{3}{4} \cdot \vec{BC}$

$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA} = \vec{OB} + \frac{3}{4} \cdot \vec{BC}$