8 oktober 2018

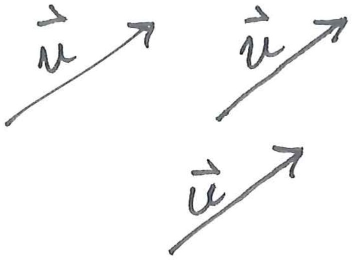
Vektorer

Vektorer har retning og størrelse

(1)

Startpunktet er ikke en del av vektoren.

Vi kan parallellforskyve vektoren



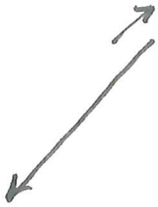
To vektorer er like hvis de har samme retning og størrelse

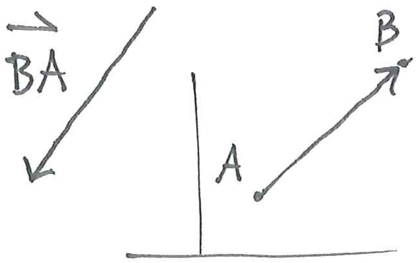
Forskjellige (ulik størrelse) Forskjellige (ulike retninger)

$\vec{u}$ notasjon for en vektor ($\mathbf{u}$ "fete bokstaver" $\vec{u}$)

Motsattvektoren $-\vec{u}$ til en vektor $\vec{u}$ har samme størrelse men motsatt retning som $\vec{u}$

To vektorer $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er parallelle hvis de har samme eller motsatt retning. (= linjestykkene er parallelle =)



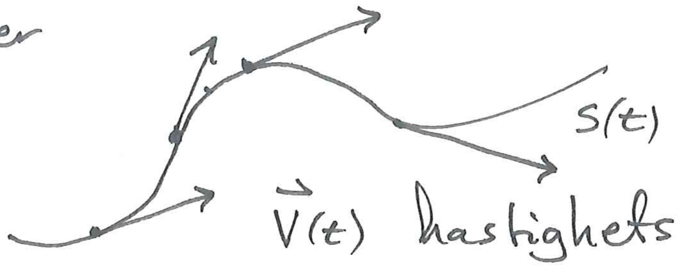


$\overrightarrow{AB}$ vektoren fra A til B

$\overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}$

motsattvektoren

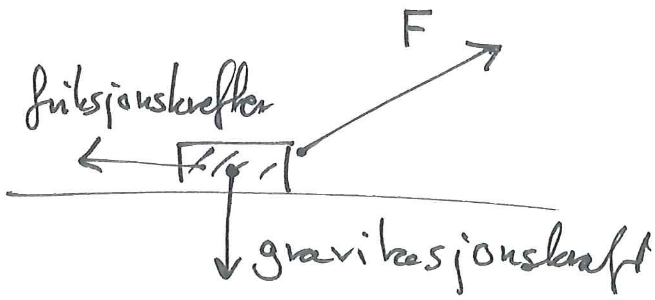
Eksempler



$\vec{V}(t)$ hastighetsvektor

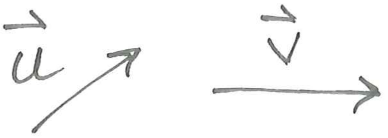
størrelsen kalles fart.

Kraft er en vektor

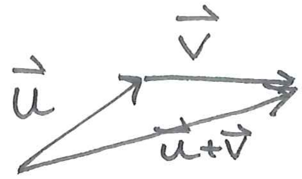


Addisjon av vektorer.

3

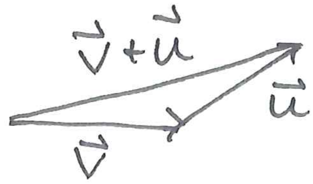


summen: $\vec{u}+\vec{v}$



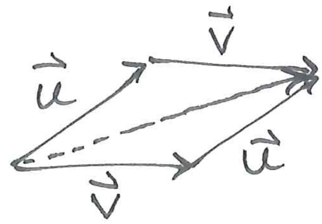
3

$\vec{v}+\vec{u}$

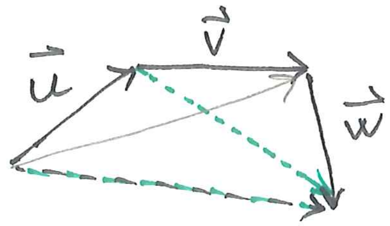


$\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$

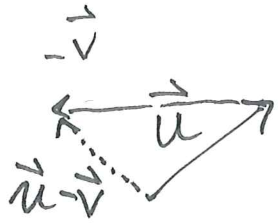
kommutativ



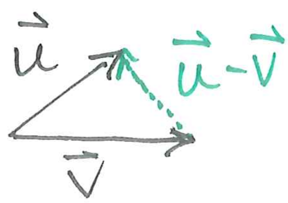
Addisjon er assosiativ $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$



Differanse $\vec{u}-\vec{v} = \vec{u}+(-\vec{v})$



$(\vec{u}-\vec{v})+\vec{v}=\vec{u}$



4

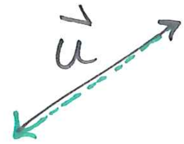
Null vektoren $\vec{0}$

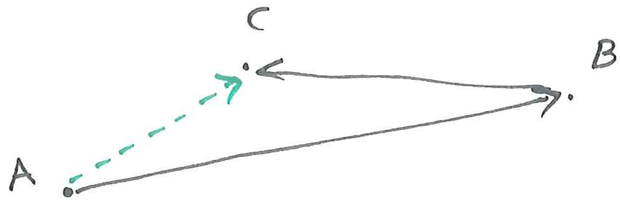
$$\vec{v} + \vec{0} = \vec{v} \quad \text{alle } \vec{v}$$

$\vec{0}$ har lengde 0. ($\vec{0}$ har "alle retninger")

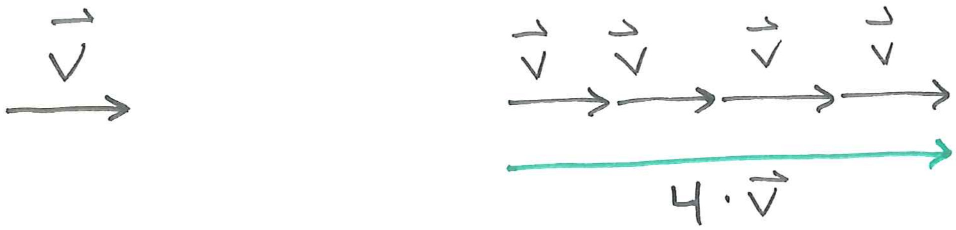
Alle vektorer er parallelle til $\vec{0}$.

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$$





$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



$(-1) \cdot \vec{v}$ snur retningen $\qquad -\vec{v}$ $\longleftarrow$

$\frac{1}{2} \cdot \vec{v}$ $\rightarrow$

r reelt tall.

Definerer skalering med r som

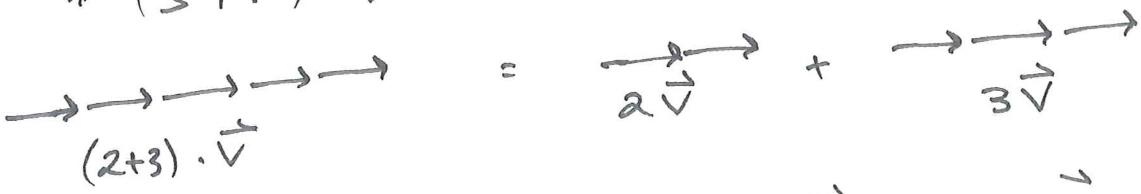
$$r \cdot \vec{v} = \begin{cases} \text{samme retning som } \vec{v}, \text{ lengde } r \cdot \text{lengde } \vec{v} & r > 0 \\ \vec{0} & r = 0 \\ \text{motsatt retning til } \vec{v}, \text{ lengde } (-r) \cdot \text{lengde til } \vec{v} & r < 0 \end{cases}$$

$\pi \cdot \vec{v}$ $\longrightarrow$ $\qquad -2\vec{v}$ $\longleftarrow$

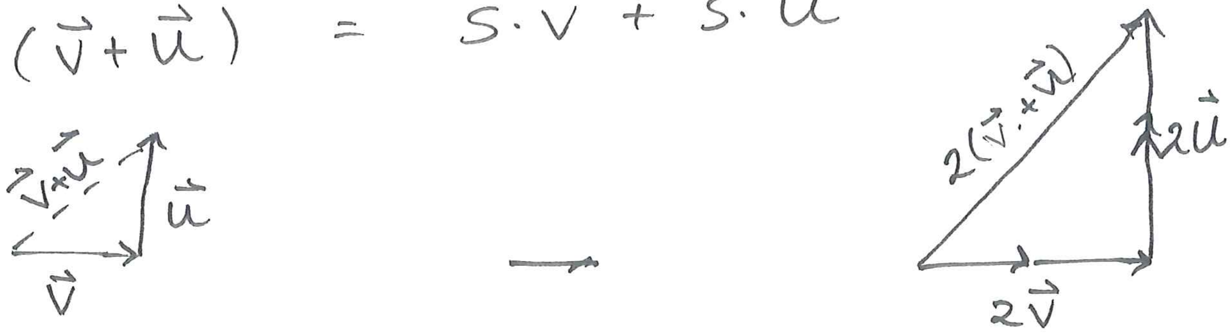
Egenskaper til skalarmultiplikasjon

5 * $s(r\cdot\vec{v}) = (s\cdot r)\cdot\vec{v}$

* $(s+r)\cdot\vec{v} = s\cdot\vec{v} + r\cdot\vec{v}$



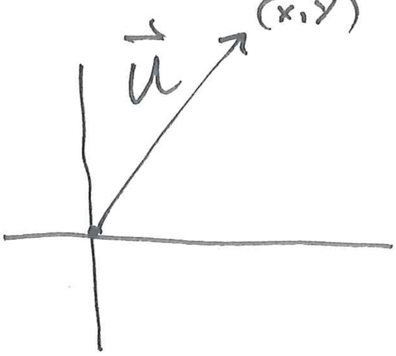
* $s\cdot(\vec{v}+\vec{u}) = s\cdot\vec{v} + s\cdot\vec{u}$



Vektorer på koordinatform

vektorer $\longleftrightarrow$ punkt

6



$\rightarrow$

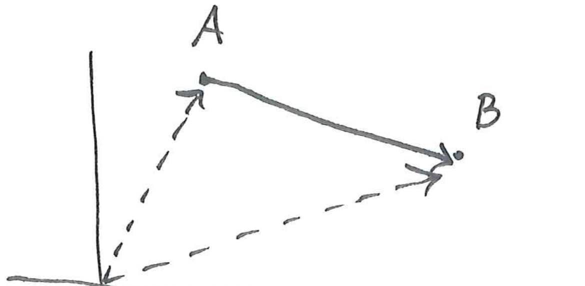
Lar vektoren starte i origo O og lar endepunktet til vektoren være punktet tilordnet vektoren

---

punkt (x,y)

$\leftarrow$

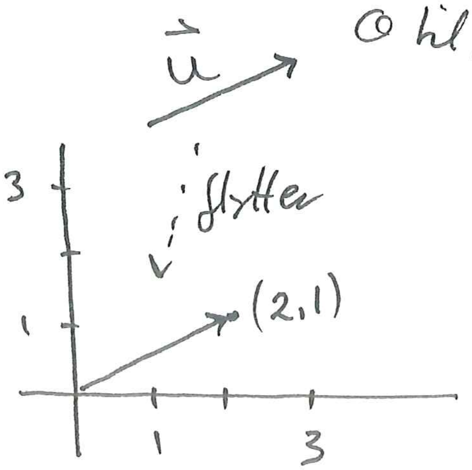
Tilordner vektoren som starter i origo og går til punktet (x,y)



Vektor $\vec{AB}$ uttrykt ved vektorene fra O til A og B.

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

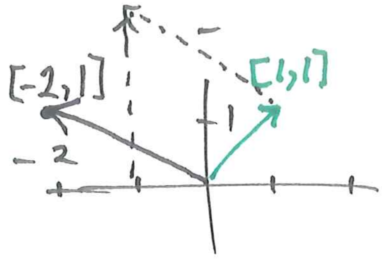
(alternativt:
$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$)



$\vec{u}$ svarer til punktet (2,1).

$\vec{u}$ på koordinatform er $[2,1]$

vektoren som tilordnes punktet (x,y)
skrives som $[x,y]$.



(7)

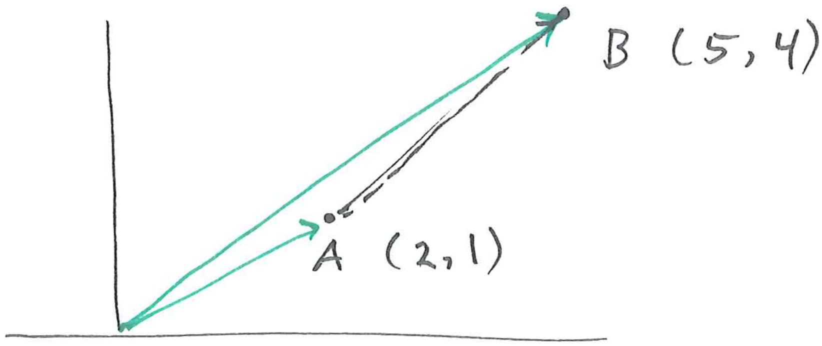
Vektoren $[-2,1]$ er

summen av to vektorer på koordinatform:

$$[x_1, y_1] + [x_2, y_2] = [x_1 + x_2,\ y_1 + y_2]$$

Motsattvektoren $\quad -[x,y] = [-x,-y]$.

Eksempel



Hva er $\overrightarrow{AB}$?

$$\overrightarrow{AB} = \underbrace{[5,4]}_{\overrightarrow{OB}} - \underbrace{[2,1]}_{\overrightarrow{OA}}$$

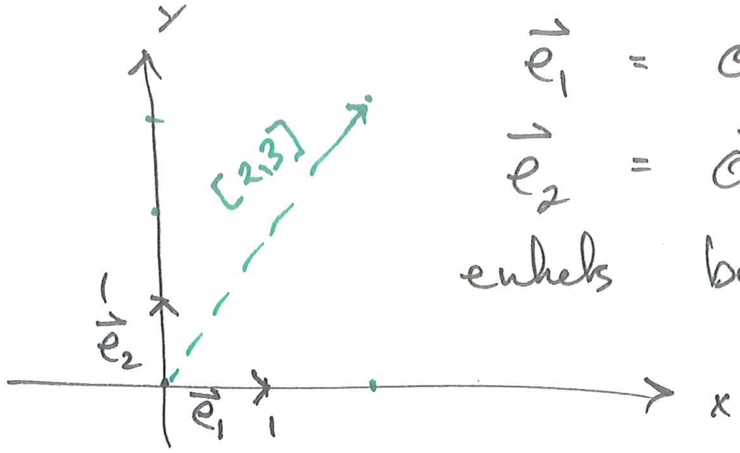
$$\overrightarrow{AB} = [5-2, 4-1] = \underline{[3,3]}$$

Hvis A har koordinat $(-2,3)$
og $\overrightarrow{AB} = [3,7]$,
hva er koordinaten til B?

ønsker å finne $\overrightarrow{OB}$. $\qquad \overrightarrow{OA} = [-2,3]$

$$\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = [-2,3] + [3,7] = [1,10]$$

så koordinaten til B er $(1,10)$.



$\vec{e}_1 = \overrightarrow{O\ (1,0)}$

$\vec{e}_2 = \overline{O\ (0,1)}$

enhets basisvektorer.

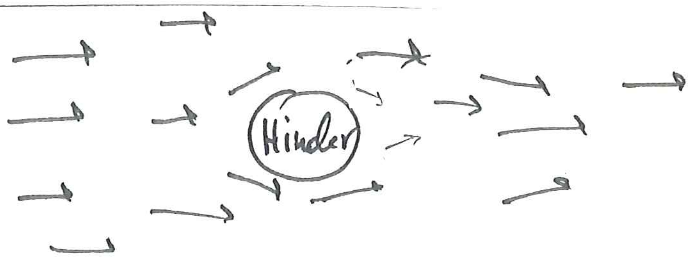
$$[2,3] = \vec{e}_1 + \vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_2 + \vec{e}_2$$
$$= 2\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$$

$$[x,y] = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$$

Hvis $\vec{u}$ og $\vec{v}$ ikke er parallelle, kan alle vektorer w skrives som en kombinasjon av (skalerte) $\vec{u}$ og $\vec{v}$. Ja

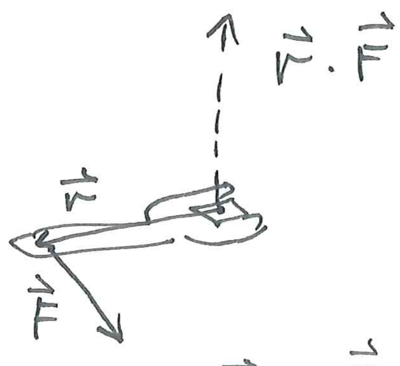
(argument gitt på tavlen)

Eksempel



→ vektorfelt.

Dreiemoment



$\vec{r}$ og $\vec{F}$ vinkelrett på hverandre.