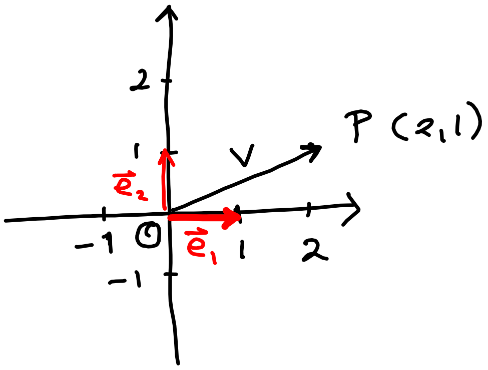
12.4-6 Vektorer på koordinatform



$$[x, y] = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2$$

(Alternativt $\vec{e}_1 = \vec{e}_x$, $\vec{e}_2 = \vec{e}_y$)

vektorer i $\mathbb{R}$ $\xleftrightarrow{\text{én-til-én korrespondanse}}$ punkt i planet

$\vec{v}$ $\longrightarrow$ endepunktet til vektoren når den starter i origo O

$\vec{OP}$ $\longleftarrow$ punkt P

$[x, y]$ (x, y)

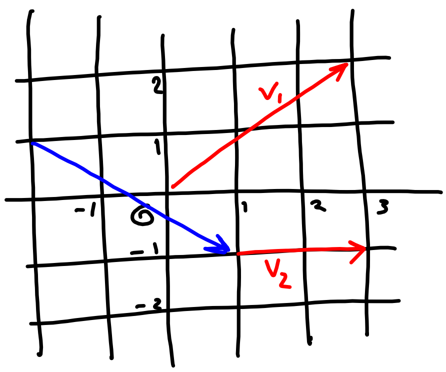
klammeparenteser (firkantparenteser)

$\vec{e}_1 = [1, 0]$

$\vec{e}_2 = [0, 1]$

$[x, y] = [x, 0] + [0, y]$

$\underline{[x, y] = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2}$



$V_1 = [3, 2]$

$V_2 = [2, 0]$

$\vec{V}_3 = 3\vec{e}_1 + (-2)\vec{e}_2$

$[\underline{3}, -2]$

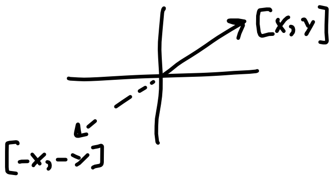
Addisjon av vektorer $[x_1, y_1] + [x_2, y_2] = [x_1+x_2,\ y_1+y_2]$

$$(x_1\vec{e}_1 + y_1\cdot\vec{e}_2) + (x_2\vec{e}_1 + y_2\vec{e}_2) = (x_1+x_2)\vec{e}_1 + (y_1+y_2)\vec{e}_2$$

Skalarmultiplikasjon $t\,[x, y] = [tx,\ ty]$

Eksempler $3[1,2] = [3\cdot 1,\ 3\cdot 2] = [3,6]$

motsattvektoren til $[x,y]$ er $-1[x,y] = [-x,-y]$

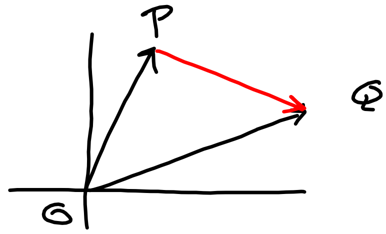


$$[0,3] + [2,2] = [0+2,\ 3+2] = \underline{[2,5]}$$

$$[0,3] - [2,2] = [0,3] + (-[2,2]) = [0-2,\ 3-2] = \underline{[-2,1]}$$

Gitt to punkter $P\ (x_1, y_1)$
og $Q\ (x_2, y_2)$

$$\overrightarrow{PQ} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$$



$\overrightarrow{OP} = [x_1, y_1]$

$\overrightarrow{OQ} = [x_2, y_2]$

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP}$

$[x_2, y_2] - [x_1, y_1] = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$

$P = (2, 1) \qquad Q = (3, -1)$

$\overrightarrow{PQ} = [3 - 2, -1 - 1] = [1, -2]$

$\cancel{Q - P = (3, -1) - (2, 1)} \ldots$ punkt! ikke vektorer.

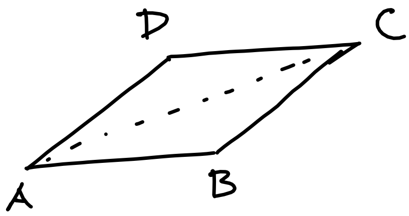
$\overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = [3, 1] - [1, -2] \ldots$

$3\vec{e}_1 + 1 \cdot \vec{e}_2 - (1 \cdot \vec{e}_1 - 2\vec{e}_2)$

Eksempel

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$



Parallellogram
motstående sider er parallelle (og like lange)

Gitt $A = (0, 1)$, $B = (4, -1)$ og $D = (2, 3)$

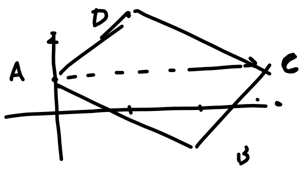
Hva er C hvis $ABCD$ er et parallellogram

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \underbrace{\overrightarrow{BC}}_{\overrightarrow{AD}} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = [4, -1] - [0, 1] = [4 - 0, -1 - 1] = [4, -2]$

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} = [2, 3] - [0, 1] = [2 - 0, 3 - 1] = [2, 2]$

Så $\overrightarrow{AC} = [4, -2] + [2, 2] = [4+2, -2+2] = \underline{[6, 0]}$

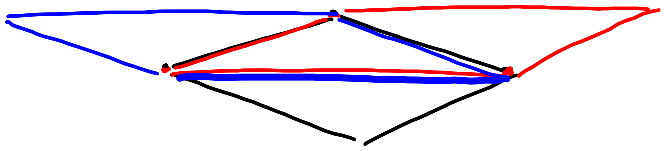


Vi finner koordinaten til C:

$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = [0, 1] + [6, 0] = [6, 1]$

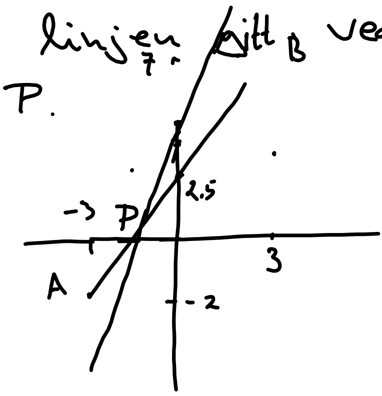
Punktet C har koordinat $\underline{(6, 1)}$

Parallellogram
som har tre
punkt som hjørner



Linjestykket mellom $A = (-3, -2)$ og $B = (3, 7)$ treffer linjen gitt ved $y = 3x + 4$ i et punkt P.

Bestem P.



Likningen som beskriver linjestykke: stigningstall $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

$$y = \frac{3}{2}(x - (-3)) + -2 = \frac{3x+5}{2}$$

Løser likningssystemet
$$y = 3x + 4$$
$$y = \frac{3x+5}{2}$$

Løsningen er $(-1, 1)$. Dette er koordinaten til P.

Hva er forholdet mellom lengden til $\vec{PB}$ og $\vec{AP}$?

$$\vec{PB} = \vec{OB} - \vec{OP} = [3, 7] - [-1, 1] = [4, 6]$$
$$\vec{AP} = \vec{OP} - \vec{OA} = [-1, 1] - [-3, -2] = [2, 3]$$

$\vec{PB} = 2\,\vec{AP}$ så $\vec{PB}$ er dobbelt så lang som $\vec{AP}$.