Drill i derivasjon

Oppgave 1 Drill i produktregelen

Deriver funksjonene ved hjelp av produktregelen $(uv)' = u'v + uv'$.

Eksempel

For funksjonen $f(x) = x \sin x$ setter vi $u = x$ og $v = \sin x$. Med $u' = 1$ og $v' = \cos x$ får vi

$$f'(x) = \sin x + x \cos x.$$

a) $f(x) = x \cos x$

b) $f(x) = x \tan x$

c) $f(x) = xe^x$

d) $f(x) = x \ln x$

e) $f(x) = e^x \sin x$

f) $f(x) = e^x \cos x$

g) $f(x) = (x^2 + 3x - 1)e^x$

h) $f(x) = \sin(x) \cos(x)$

i) $f(x) = x\sqrt{x}$

j) $f(x) = \sin(x) \ln(x)$

k) $f(x) = \sqrt{x}e^x$

l) $f(x) = \sqrt{x} \cos x$

m) $f(x) = \sqrt{x} \sin x$

n) $f(x) = x^5 \cos x$

o) $f(x) = x^8 \sin x$

p) $f(x) = x^{\frac{1}{3}} e^x$

q) $f(x) = x^{-2} \ln x$

r) $f(x) = x^{-1} e^x$

s) $f(x) = x^{-1} \ln x$

t) $f(x) = \cos x \tan x$

Oppgave 2 Drill i brøkregelen

Deriver funksjonene ved hjelp av brøkregelen $(\frac{u}{v})' = \frac{u'v-uv'}{v^2}$

Eksempel

For funksjonen $f(x) = \frac{x}{\sin x}$ setter vi $u = x$ og $v = \sin x$. Med $u' = 1$ og $v' = \cos x$ får vi

$$f'(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{\sin^2 x}.$$

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$

c) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

d) $f(x) = \frac{x^2+2x}{x^2+1}$

e) $f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

f) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x}$

g) $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$

h) $f(x) = \frac{e^x}{\sin x}$

i) $f(x) = \frac{\ln x-2}{x}$

j) $f(x) = \frac{3-\ln x}{x^2}$

Oppgave 3 Drill i kjerneregelen

Deriver funksjonene ved hjelp av kjerneregelen: For en funksjon $f(x) = f(u(x))$ med kjerne $u(x)$ er den deriverte med hensyn på x gitt ved $f'(x) = f'(u) \cdot u'(x)$.

Eksempel

For funksjonen $f(x) = \sin(x^2)$ bruker vi kjerne $u(x) = x^2$ med ytre funksjon $f(u) = \sin u$. De deriverte er $u'(x) = 2x$ og $f'(u) = \cos u$ slik at

$$f'(x) = f'(u) \cdot u'(x) = \cos u \cdot 2x = 2x\cos(x^2).$$

a) $f(x) = e^{5x}$

b) $f(x) = \sin(3x)$

c) $f(x) = \cos(2x)$

d) $f(x) = \sin^3 x$

e) $f(x) = \cos^4 x$

f) $f(x) = \ln(9x + 4)$

g) $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

h) $f(x) = \ln(\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1)$

i) $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

j) $f(x) = \sqrt{3x^4 + 8x^2}$

k) $f(x) = e^{-x}$

l) $f(x) = e^{x^2}$

m) $f(x) = \cos(x^2)$

n) $f(x) = (2x + 3)^{17}$

o) $f(x) = (\frac{1}{12}x^4 + \frac{1}{6}x^2)^9$

p) $f(x) = \cos(3x + 1)$

q) $f(x) = \sin(12x - 7)$

r) $f(x) = \ln(\cos x)$

s) $f(x) = e^{\sin x}$

t) $f(x) = \cos(e^x)$

u) $f(x) = \ln(e^x)$

v) $f(x) = \sin(\ln x)$

Oppgave 4 Kombinasjon av regler

I denne seksjonen må du kombinere reglene over for å derivere funksjonene.

Eksempel

For funksjonen $f(x) = x\sin(x^2)$ kan vi sette $u = x$ og $v = \sin(x^2)$ for å bruke produktregelen. Vi har $u' = 1$. Vi finner $v' = 2x\cos(x^2)$ med kjerneregelen som i eksemplet over. Det gir

$$f'(x) = u'v + uv' = 1 \cdot \sin(x^2) + x \cdot (2x\cos(x^2)) = \sin(x^2) + 2x^2\cos(x^2).$$

a) $f(x) = x\cos(x^2)$

b) $f(x) = xe^{x^2}$

c) $f(x) = \sin(x^2)\cos(x^2)$

d) $f(x) = \ln(\sin(x^2))$

e) $f(x) = x^2e^x\cos x$

f) $f(x) = \frac{\ln(7x+5)-2}{7x+5}$

Oppgave 5 Derivasjonsformler

I disse oppgavene skal du lage egne formler. Bokstavene a, b og c er reelle tall mens n betegner et heltall. Du å selv avgjøre hvilke regler du vil bruke.

Eksempel

Funksjonen $f(x) = \sin(ax+b)$ har kjerne $u(x) = ax+b$ med derivert $u'(x) = a$. Kjerneregelen gir

$$f'(x) = (\sin u)' \cdot u'(x) = \cos(u) \cdot a = a\cos(ax+b).$$

a) $f(x) = \cos(ax+b)$

b) $f(x) = e^{ax}$

c) $f(x) = \ln(ax+b)$

d) $f(x) = \ln(ax^2+bx+c)$

e) $f(x) = (ax+b)^n$

f) $f(x) = \sqrt{ax+b}$

g) $f(x) = \cos(ax)\sin(bx)$

h) $f(x) = e^{ax}\sin(bx)$

i) $f(x) = e^{ax}\cos(bx)$

j) $f(x) = \sin^n x$

k) $f(x) = \cos^n x$