

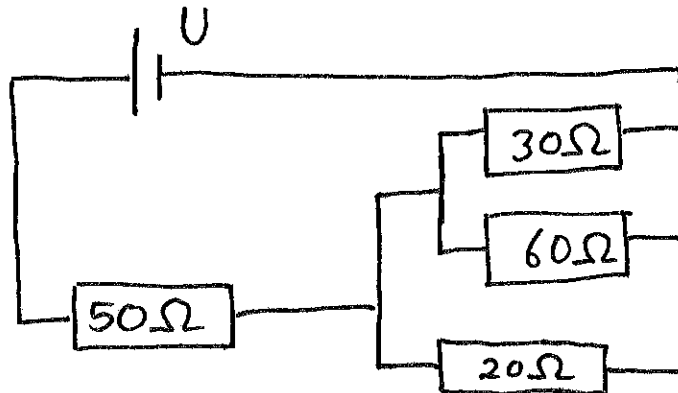
Løsningsforslag til obligatorisk oppgave 1

FO152A 2010

Oppgave 1

I kretsen nedenfor er varmeutviklingen (effekten) i motstanden med resistanse 50Ω lik $2.0W$.

- Finne spenningen U til batteriet.
- Hva er spenningsfallet over motstanden med resistanse 20Ω ?
- Hvor mye strøm går gjennom motstanden med resistanse 30Ω ?



De tre motstandene som er koblet i parallell har en resultantmotstand R som er gitt ved

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{20\Omega} + \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{60\Omega}.$$

Dette gir at $R = 10\Omega$. Total motstand i kretsen er derfor $50\Omega + 10\Omega = 60\Omega$.

a) La strømmen gjennom motstanden med resistanse 50Ω være I_1 og spenningen være U_1 . Da har vi fra Ohms lov at strømmen $I_1 = U_1/(50\Omega)$. Effekten er dermed $U_1 I_1 = U_1^2/(50\Omega)$. Siden effekten er $2W$ så må $U_1^2 = 50\Omega \cdot 2W = 100V^2$. Spenningen over motstanden med resistanse 50Ω er $U_1 = 10V$. Strømmstyrken I_1 er $10V/(50\Omega) = 0.20A$. Spenningen er lik over alle tre motstandene som er koblet i parallell. Den totale strømmen gjennom dem er lik I_1 og totalresistansen er 10Ω så spenningen over motstandene er $0.20A \cdot 10\Omega = 2V$. Ved Kirchhoffs andre lov er summen av spenningsfallet over motstandene og de elektromotoriske spenningene i en lukket sløyfe lik 0, så batterispenningen er

$$U = 10V + 2V = 12V.$$

(Vi tar bare med en av motstandene som er koblet i parallell når vi former en lukket sløyfe.)

- Vi så i a) at spenningsfallet over motstanden med resistanse 20Ω er $2V$.

c) Siden spenningen over motstanden med resistanse 30Ω er $2V$ så gir Ohms lov at strømmen gjennom den er lik

$$2V/(30\Omega) = 0.067A = 67mA.$$

Oppgave 2

En diode, en motstand og et batteri er koblet i serie. Dioden er koblet i lederetningen. Batteriet har spenning $9.00V$. Lekasjestrømmen til dioden er $I_0 = 1.00 nA$ ved $300K$. Resistansen til motstanden er 940Ω .

1. Ved temperaturen $300K$ er strømmen i kretsen $9.00mA$. Hvor stor er spenningen over dioden? Hva er emisjonskoeffisient til dioden?

Spenningen over motstanden er $9.00mA \cdot 940\Omega = 8.46V$. Ved Kirchhoffs andre regel er spenningen over dioden lik $9.00V - 8.46V = 0.54V$. Ved Shockley likning så er $I = I_0(\exp(U/(nV_T)) - 1)$. Dette gir at $U/(nV_T) = \ln(I/I_0 + 1) = \ln(9.00 \cdot 10^{-3}A/(1.00 \cdot 10^{-9}A) + 1) \ln(9.00 \cdot 10^6) = 16.0$. Dette gir at emisjonskoeffisienten n er

$$n = U/(V_T \cdot 16.0) = 1.31.$$

2. Temperaturen til dioden økes nå til $390K$. Anta at lekasjestrømmen doubles for hver $10K$ temperaturen øker og at resistansen til motstanden, emisjonskoeffisienten samt spenningen til batteriet er uendret under temperaturøkningen til dioden. Hva er lekasjestrømmen til dioden ved $390K$? Hva er spenningen over dioden i kretsen?

Lekasjestrømmen ved $390K$ er $2^9 \cdot I_0 = 2^9 \cdot 1.00 nA = 512 nA$. Den termiske spenningen ved $390K$ er

$$V_{390} = (390/300)V_{300} = 33.6mV.$$

La U vere spenningen over dioden. Da er spenningen over motstanden $9.00V - U$. Strømmen gjennom dioden og motstanden må vere like siden de er koblet i serie. Spenningen over dioden vil derfor vere slik at

$$512I_0(\exp(U/(nV_{390})) - 1) = (9.00 - U)/(940\Omega).$$

Det er ikke lett å finne en eksakt løsning for U . Vi kan finne numeriske løsninger ved å bruke PC (kalkulator). Alternativt kan vi finne en tilnærmet løsning ved å observere at spenningen over resistanse ikke vil avvike så mye fra den vi har når temperaturen er $300 K$, derfor vil strømmstyrken være tilnærmet uendra. I shockley likningen vil store endringer i strømmen I gi relativt små endringer i spenningen U over dioden. Vi finner en tilnærmet løsning ved å gå utfra at strømmen er lik det den er ved $T = 300K$. Vi får da at

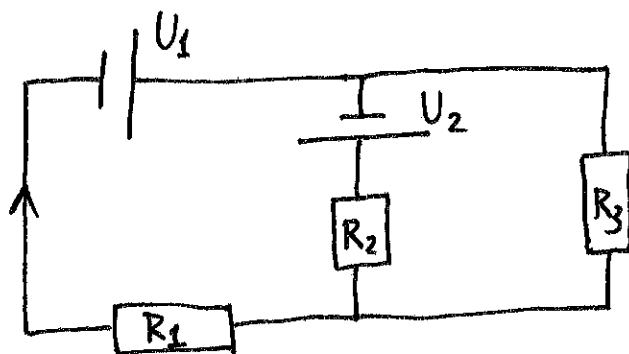
$$U = nV_{390} \ln(I/(512I_0) + 1) = 1.31 \cdot 33.6mV \cdot 9.77 = 430mV = 0.43V.$$

(Hvis vi i stede hadde antatt at spenningen over motstanden var $8V$ eller $9V$ ville svaret bare ha avveket med noen få mV . Tilnærming vi har funnet for U er derfor godt innenfor feilmarginen.)

Oppgave 3

I kretsen nedenfor bestem strømmen gjennom motstand R_3 uttrykt ved hjelp av spenningene U_1 og U_2 samt resistansen R_1 , R_2 og R_3 når:

- R_1 er veldig stor i forhold til R_2 og R_3 ($R_1 \rightarrow \infty$).
- R_1 er veldig liten i forhold til R_2 og R_3 ($R_1 \rightarrow 0$).
- verdiene til resistanse og spenning er vilkårlige.



a) Når R_1 er veldig stor vil kretsen reduseres til kretsen som består av batteriet med spenning U_2 koblet i serie med motstand R_2 og R_3 . Ved Ohms lov er strømmen gjennom motstand R_3 da gitt ved

$$I'_3 = U_2 / (R_2 + R_3)$$

(i retningen som indikert i figuren).

b) Hvis resistanse R_1 er 0 er det ikke noe spenningsfall over R_1 . Derfor er spenningen over R_3 lik U_1 . Ved Ohms lov er da strømmen gjennom motstand R_3 gitt ved

$$I''_3 = U_1 / R_3$$

(i motsatt retning av den gitt i figuren).

c) For å finne strømmen generelt er det nyttig å bruke Kirchhoffs regler. Vi velger strømretninger som tegnet inn i figuren ovenfor. Kirchhoffs første regel gir da at $I_2 = I_1 - I_3$ Kirchhoffs andre regel anvendt på den ytre løkken og løkken til høyre gir.

$$U_1 - R_3 \cdot I_3 - R_1 \cdot I_1 = 0 \text{ og } U_2 - R_2 \cdot I_2 - R_3 \cdot (-I_3) = 0.$$

Setter vi inn for $I_2 = I_1 - I_3$ får vi

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot I_3 = U_1 \text{ og } R_2 \cdot I_1 - (R_3 + R_2) \cdot I_3 = U_2.$$

Ganger vi første likning med R_2 og den andre med R_1 og tar differansen får vi

$$(R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3) I_3 = R_2 U_1 - R_1 U_2.$$

Dette gir at strømmen gjennom motstand R_3 er

$$I_3 = (R_2 U_1 - R_1 U_2) / (R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3).$$

Merk at dette reduseres til strømmen vi fann i a) og b) når R_1 går mot henholdsvis ∞ og 0.