

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Ordinær Eksamen
Dato	25. mai 2007
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	4
Vedlegg	Enhets sirkelen
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator Godkjent formelsamling

Oppgave 1

Deriver følgende funksjoner:

- $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$
- $f(x) = \ln(x^2 + x - 7)$
- $f(x) = 3,141592653589793238462643383279502884197169399375105820$
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$
- $f(x) = (x - 1)^2 \cdot \sqrt{x^2 - 4x}$

Funksjonen $B(x)$ beskriver gjennomsnittlig pris per kvadratmeter for en bestemt type leilighet i Oslo ved tiden x .

- Man har funnet at $B'(x) > 0$ og $B''(x) < 0$. Forklar kort hva man kan si om prisutviklingen ut i fra disse opplysningene. Tegn en grov skisse av grafen til funksjonen B .

Oppgave 2

Regn ut integralene. Gjør greie for hvilke integrasjonsregler du bruker.

- $\int (24x^{11} - 6x^2 - 7) dx$.
- $\int (5 \cos x - 8 \sin x) dx$.
- $\int x^5 \cdot \ln x dx$.
- $\int 4x \cdot \sin(x^2) dx$.
- Bruk delbrøksoppspaltning til å vise at

$$\int \frac{2}{x^2 - 1} dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$$

- $\int \frac{x^3 - x + 2}{x^2 - 1} dx$.

Vi ser på differensialligningen $(x^2 - 1) \cdot y' = 2y$.

- Finn den generelle løsningen av denne differensiallikningen.

Oppgave 3

Vi ser på funksjonen $f(x) = 4 \sin^2 x - 1$, $0 \leq x < 2\pi$.

- Finn de fire skjæringspunktene mellom grafen til f og x -aksen ved regning. Svarene skal gis eksakt.
- Vis at $f'(x) = 8 \sin x \cos x$.
- Sett opp et fortegnsskjema for $f'(x)$, og bruk dette til å løse ulikheten $f'(x) \geq 0$. Svarene skal gis eksakt.
- Finn koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for f ved regning. Svarene skal gis eksakt. Tegn grafen til f .

La R være området avgrenset av x -aksen, grafen til f , og de vertikale linjene $x = 0$ og $x = \pi/6$.

- Finn arealet til området R ved regning. Svaret skal gis eksakt.
- Finn volumet til omdreiningslegemet vi får når vi dreier området R om x -aksen. Svaret skal gis eksakt. Du kan bruke at

$$\int (4 \sin^2 x - 1)^2 dx = 3x - 2 \sin x \cdot \cos x - 4 \sin^3 x \cdot \cos x + C$$

Oppgave 4

I trekanten ABD er $AB = 4$, $AD = 2\sqrt{6}$ og $\angle A = 75^\circ$.

- Finn tilnæringsverdier for BD , $\angle B$ og $\angle D$ ved hjelp av sinus- og cosinus-setningene. Tegn figur.

I resten av denne oppgaven skal svarene gis eksakt. Du får oppgitt de eksakte verdiene $\sin 75^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ og $\cos 75^\circ = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.

- Vis at $BD = 2 + 2\sqrt{3}$.
- Vis at $\sin B = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, og bruk dette til å finne $\angle B$ og $\angle D$.

Punktet C er speilingen av A om linjestykket BD , og O er skjæringspunktet mellom linjestykkene AC og BD .

- Finn arealet A av firkanten $ABCD$. Tegn figur.

Punktet E ligger rett over O , slik at OE danner høyden i en firkantet pyramide med grunnflate $ABCD$. Vinkelen $\angle BED = 75^\circ$.

- Finn høyden OE . Hva er volumet til pyramiden $ABCDE$?

Vedlegg: Enhets sirkelen

