høgskolen i oslo
www.hio.no

Avdeling for ingeniørutdanning

Eksamen i FO929A MATEMATIKK

Dato: 13.08.2010

Tid: $9^{00} - 14^{00}$

Antall sider inklusive forside: 5

Antall oppgaver: 5

Tillatte hjelpemidler: GODKJENT KALKULATOR

Merknad: Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.

Faglig veileder: DANIEL LARSSON

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse): Annen lærer	Sensor	Studieleder/ Fagkoordinator	Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
Daniel Larsson	Halvard Fausk			

Emnekode:

Høgskolen i Oslo — Forkurs, Avdeling for Ingeniørutdanning

Eksamen FO929A Matematikk

Dato:	
Vedlegg:	Formelsamling
Tillatte hjelpmidler:	Godkjent kalkulator
Godkjent:	Minst 19 av totalt 48 poeng

Oppgave 1.

La $P(z) = z^3 + 2z^2 - 3z$. Vis mellomregningen i løsningene av oppgavene nedenfor!

(a) Beregn verdien $P(\sqrt{2})$. Svaret skal gis eksakt. (2p)

(b) Faktoriser $P(z)$. (3p)

(c) Løs ulikheten $P(z) < 0$. (3p)

Oppgave 2.

La $u = (3, -1, \frac{1}{2})$ og $v = (1, 1, 0)$ være to vektorer.

(a) Beregn $u + v$ og $u - v$. (2p)

(b) Finn en vektor som er ortogonal til både u og v. (2p)

(c) Vis at $w = (9, -7, 2)$ ligger i planet som er utspent av u og v. (3p)

Oppgave 3.

(a) La $\triangle ABC$ være en trekant hvor $\angle A = 32°$, $\angle C = 50°$ og $|AB| = 3$. Finn lengden $|BC|$. (2p)

(b) Løs likningen $2\sin(\alpha + \pi) = 1$, hvor $\alpha \in [0, 2\pi)$. (2p)

(c) Løs likningen $\sqrt{x+8} - \sqrt{x} = 2$. (3p)

(d) En rektangulær boks har sider med lengde 2cm, 3cm og 7cm. Fra boksen bores det ut en sylinder med radius 0.5cm som går gjennom senteret til boksen og er parallell med den lengste siden. Finn overflatearealet til boksen hvor sylinderen er fjernet. Tegn figur! (3p)

Oppgave 4.

(a) Deriver følgende funksjoner: (4p)

(i) $f(x) = 2/x + \sin(\pi x + 4)$;

(ii) $g(x) = x \ln(1 + x^2)$;

(iii) $h(x) = (1 - x^n)/(1 - x)$, hvor n er et naturlig tall.

(b) Bestem den største og den minste verdien til funksjonen

$$h(x) = x^4 + 3x^3$$

på intervallet $[-2, 3]$. (3p)

(c) Beregn følgende ubestemte integraler: (5p)

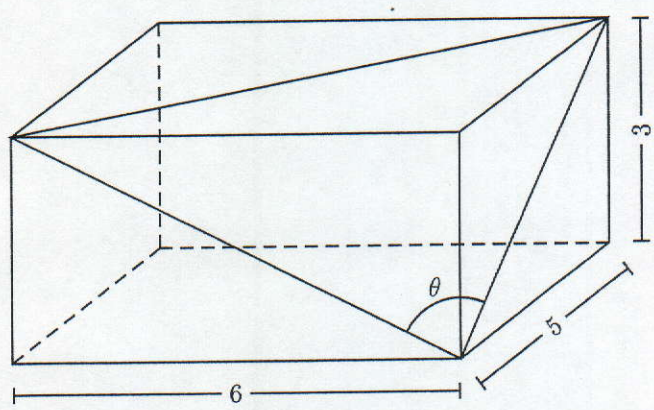
$$\int \left(\sqrt[3]{x} + 1\right) \,\mathrm{d}x, \quad \int \frac{2}{(1-x)^2} \,\mathrm{d}x, \quad \int \frac{x}{e^{x^2}} \,\mathrm{d}x.$$

(d) Beregn følgende bestemte integraler (svarene skal gis eksakt): (5p)

$$\int_0^1 \left(x^3 - \sin(\pi x)\right) \mathrm{d}x, \quad \int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin(x) \mathrm{d}x, \quad \int_1^2 x \ln(x^2) \,\mathrm{d}x.$$

Oppgave 5.

En trekant ligger inni en rektangulær boks som i figuren.



(a) Bestem vinkelen θ. (3p)

(b) Bestem arealet til trekanten. (3p)

FORMELSAMLING FOR MATEMATIKK FORKURS

1. Algebra

1.1. Kvadratsetningene.

a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

1.2. Løsning av andregradslikningen.

a) Løsning av likningen $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.3. Potenser med fast grunntall.

a) $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$
b) $a^p / a^q = a^{p-q}$
c) $(a^p)^q = a^{p \cdot q}$

1.4. Potenser med fast eksponent.

a) $a^p \cdot b^p = (a \cdot b)^p$
b) $a^p / b^p = (a/b)^p$

1.5. Potenser som røtter.

a) $a^{p/q} = \sqrt[q]{a^p}$

2. Rekker

2.1. Aritmetiske rekker.

a) $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$
b) $S_n = n \cdot (a_1 + a_n)/2$

2.2. Geometriske rekker.

a) $a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$
b) $S_n = a_1 \cdot \frac{k^n - 1}{k-1}$
c) $S = \frac{a_1}{1-k}$ for $|k| < 1$

3. Trigonometri

3.1. Identiteter.

a) $\sin^2 u + \cos^2 u = 1$
b) $\tan u = \frac{\sin u}{\cos u}$
c) $\sin(-u) = -\sin u$
d) $\cos(-u) = \cos u$
e) $\sin(180^\circ - u) = \sin u$
f) $\cos(180^\circ - u) = -\cos u$

3.2. Addisjonsformler.

a) $\sin(u \pm v) = \sin u \cdot \cos v \pm \cos u \cdot \sin v$
b) $\cos(u \pm v) = \cos u \cdot \cos v \mp \sin u \cdot \sin v$
c) $\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \cdot \tan v}$
d) $\sin(2u) = 2 \sin u \cdot \cos u$
e) $\cos(2u) = \cos^2 u - \sin^2 u$
f) $\tan(2u) = \frac{2 \tan u}{1 - \tan^2 u}$

3.3. Eksakte verdier for noen vinkler.

a)

u	u(rad)	$\sin u$	$\cos u$	$\tan u$
0°	0	0	1	0
30°	$\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
45°	$\pi/4$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	1
60°	$\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90°	$\pi/2$	1	0	$-$

3.4. Harmoniske svingninger.

a) $f(t) = A \sin(\omega(t - \phi)) + c$
b) $T = 2\pi/\omega$

4. Geometri

4.1. Rette linjer.

a) Likning: $y = ax + b$
b) $y - y_0 = a \cdot (x - x_0)$

4.2. Trekanter.

a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$
b) $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$
c) Areal trekant: $\frac{1}{2}\, bc \cdot \sin A$

4.3. Sirkler.

a) Likning: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$
b) Areal sirkel: $A = \pi r^2$
c) Omkrets sirkel: $O = 2\pi r$
d) Areal sirkelsektor: $A = 1/2\, r^2 v$
e) Buelengde sirkelsektor: $b = r\, v$

4.4. Volum og overflate.

a) Volum prisme/sylinder: $V = G\, h$
b) Volum pyramide/kjegle: $V = 1/3\, G\, h$
c) Volum kule: $V = 4/3\, \pi r^3$
d) Overflate kule: $O = 4\pi r^2$

5. Vektorer

5.1. Skalarprodukt.

a) $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\alpha)$

5.2. Vektorer i planet.

a) $(x_1, y_1) \pm (x_2, y_2) = (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2)$
b) $c \cdot (x, y) = (cx, cy)$
c) $(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = x_1 x_2 + y_1 y_2$
d) $|(x, y)| = \sqrt{x^2 + y^2}$

5.3. Vektorer i rommet.

a) $(x_1, y_1, z_1) \pm (x_2, y_2, z_2)$
$= (x_1 \pm x_2, y_1 \pm y_2, z_1 \pm z_2)$

b) $c \cdot (x, y, z) = (cx, cy, cz)$

c) $(x_1, y_1, z_1) \cdot (x_2, y_2, z_2)$
$= x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

d) $|(x, y, z)| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

e) $(x_1, y_1, z_1) \times (x_2, y_2, z_2)$
$= (y_1z_2 - y_2z_1, x_2z_1 - x_1z_2, x_1y_2 - x_2y_1)$

6. Logaritmer

6.1. Naturlige logaritmer:

a) $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$

b) $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

c) $\ln(a^p) = p \cdot \ln a$

6.2. Logaritmer med andre grunntall.

a) $\log_a(x) = \ln(x)/\ln(a)$

7. Derivasjon

7.1. Derivasjonsregler:

a) $(u \pm v)' = u' \pm v'$

b) $(c \cdot u)' = c \cdot u'$ for c konstant

c) Produkt: $(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v'$

d) Kvosient: $(u/v)' = (u' \cdot v - u \cdot v')/v^2$

e) Kjerneregelen: $(f(u))' = f'(u) \cdot u'$

7.2. Den deriverte til noen funksjoner:

a) $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

b) $(\sin x)' = \cos x$

c) $(\cos x)' = -\sin x$

d) $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$

e) $(e^x)' = e^x$

f) $(\ln x)' = 1/x$

8. Integrasjon

8.1. Integrasjonsregler:

a) $\int (u \pm v)\,\mathrm{d}x = \int u\,\mathrm{d}x \pm \int v\,\mathrm{d}x$

b) $\int c \cdot u\,\mathrm{d}x = c \cdot \int u\,\mathrm{d}x$ for c konstant

c) Delvis integrasjon:

$$\int u' \cdot v\,\mathrm{d}x = u \cdot v - \int u \cdot v'\,\mathrm{d}x$$

d) Substitusjon:

$$\int f(u) \cdot u'\,\mathrm{d}x = \int f(u)\,du$$

8.2. Integralet av noen funksjoner:

a) $\int x^n\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n+1}\,x^{n+1} + C$ for $n \neq -1$

b) $\int 1/x\,\mathrm{d}x = \ln|x| + C$

c) $\int \sin x\,\mathrm{d}x = -\cos x + C$

d) $\int \cos x\,\mathrm{d}x = \sin x + C$

e) $\int (\tan^2 x + 1)\,\mathrm{d}x = \tan x + C$

f) $\int e^x\,\mathrm{d}x = e^x + C$