

Eksamen i	FO929A Matematikk
	Kontinuasjoneksamen
Dato	1. august 2007
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	4
Vedlegg	Enhets sirkelen
Tillatte hjelpemidler	Godkjent kalkulator
	Godkjent formelsamling

Oppgave 1

Deriver følgende funksjoner:

a) $f(x) = \frac{x+7}{x-4}$

b) $f(x) = \ln(x^3 - 5x + 4)$

c) $f(x) = x^2 - 5.545453545354535453545354535453$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

e) $f(x) = (x + 1)^2 \cdot \sqrt{x^2 + 3}$

Funksjonen $A(x)$ beskriver pris per aksje for et bestemt børsnotert selskap på Oslo Børs ved tiden x .

- f) Man har funnet at $A'(x) < 0$ og $A''(x) > 0$. Forklar kort hva man kan si om prisutviklingen ut i fra disse opplysningene. Tegn en grov skisse av grafen til funksjonen A .

Oppgave 2

Regn ut integralene. Gjør greie for hvilke integrasjonsregler du bruker.

a) $\int (12x^5 + 8x^3 + 4) dx$.

b) $\int (\cos x + 4 \sin x) dx$.

c) $\int x^8 \cdot \ln x dx$.

d) $\int 6x^2 \cdot \cos(x^3) dx$.

- e) Bruk delbrøksoppspaltning til å vise at

$$\int \frac{4}{x^2 + 2x - 3} dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C$$

f) Regn ut integralet

$$\int \frac{x^3 + 3x^2 - x + 1}{x^2 + 2x - 3} dx$$

g) Finn den generelle løsningen av differensiallikningen

$$(x^2 + 2x - 3) \cdot y' = 4y$$

Oppgave 3

Vi ser på funksjonen $f(x) = \tan^2 x - 3$, $-\pi/2 < x < \pi/2$.

a) Finn nullpunktene til f ved regning. Svarene skal gis eksakt.

b) Vis at

$$f'(x) = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$$

c) Sett opp et fortegnsskjema for $f'(x)$, og bruk dette til å løse ulikheten $f'(x) \geq 0$. Svarene skal gis eksakt.

d) Finn koordinatene til alle lokale topp- og bunnpunkter for f ved regning. Svarene skal gis eksakt. Tegn grafen til f .

La R være området avgrenset av x -aksen, grafen til f , og de vertikale linjene $x = -\pi/4$ og $x = \pi/4$.

e) Vis at $\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$.

f) Finn arealet til området R ved regning. Svaret skal gis eksakt.

Oppgave 4

I trekanten ABD er $AB = 2\sqrt{6}$, $AD = 2 + 2\sqrt{3}$ og $\angle A = 45^\circ$.

a) Finn tilnæringsverdier for BD , $\angle B$ og $\angle D$ ved hjelp av sinus- og cosinus-setningene. Tegn figur.

I resten av denne oppgaven skal svarene gis eksakt.

b) Vis at $BD = 4$.

c) Vis at $\sin D = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, og bruk dette til å finne $\angle B$ og $\angle D$.

Punktet C er speilingen av A om linjestykket BD , og O er skjæringspunktet mellom linjestykkene AC og BD .

d) Finn arealet A av firkanten $ABCD$. Tegn figur.

Punktet E ligger rett over O , slik at OE danner høyden i en firkantet pyramide med grunnflate $ABCD$. Vinkelen $\angle BED = 45^\circ$.

e) Finn høyden OE . Hva er volumet til pyramiden $ABCDE$?

Vedlegg: Enhetssirkelen

