EKSAMENSSAMARBEIDENDE FORKURSINSTITUSJONER

Forkurs for ingeniørutdanning og maritim høgskoleutdanning

Universitetet i Stavanger, Universitetet i Tromsø, Høgskolen i Buskerud og Vestfold,
Høgskulen i Sogn og Fjordane, Høgskolen i Sør-Trøndelag, Høgskolen i Telemark,
Høgskolen i Østfold, Høgskolen i Ålesund, Sjøkrigsskolen, Rogaland kurs- og kompetansesenter

Eksamensoppgave

27. mai 2015

MATEMATIKK

Bokmål

Eksamenstid:
5 timer

Hjelpemidler:
Godkjent tabell og kalkulator.

Andre opplysninger:
Dette oppgavesettet inneholder seks oppgaver med deloppgaver.
Du skal svare på <u>alle oppgavene og deloppgavene</u>.

Oppgavesettet har fire tekstsider medregnet forsiden.

Oppgave 1

a) Forenkle uttrykket så mye som mulig:

$$\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{a\sqrt{a}}{b^3}\right)^2$$

b) Løs likningen ved regning:

$$4\sin x - \sqrt{6} = \sqrt{2} \qquad \text{der } x \in [0°, 360° >$$

c) Løs likningen ved regning:

$$3\,(\ln x)^2 - \ln x^5 - 2 = 0$$

d) Løs likningen ved regning:

$$\sqrt{x+2} - 2x = 1$$

e) Deriver funksjonen:

$$f(x) = x^2 \cdot \cos 2x$$

f) Regn ut det ubestemte integralet til funksjonen:

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

g) Løs den doble ulikheten:

$$0 < x - 1 \leq x^2 - 7$$

h) Vi skal designe en vase med utgangspunkt i grafen til funksjonen:

$$f(x) = \frac{1}{2x}$$

Vaseformen oppnås ved å la grafen til $f(x)$ mellom $x = 1$ dm og $x = 4$ dm danne konturen til et omdreiningslegeme om x-aksen. Hvor mye vann vil vasen kunne romme når konturen gir oss de indre veggene i vasen?

i) Gitt en trekant ABC, der $AB = 4$, $AC = x$, $BC = 6 - x$ og $\angle A = 60°$.
Finn AC og $\angle B$.

Oppgave 2

Gitt tre punkter A(0, 0, 0), B(3, 1, 0) og C(2, 4, 0).

a) Regn ut vektorene $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$ og $\angle C$.

b) A, B og C utgjør tre av hjørnene i et parallellogram. Vis at punktet D(-1, 3, 0) utgjør det siste hjørnet når ABCD skal være et parallellogram.

c) ABCD utgjør grunnflaten i en pyramide med toppunkt T(1, 2, 5).
Vis og forklar hvorfor dette er en rett pyramide med kvadratisk grunnflate.

d) Regn ut volumet til pyramiden ABCDT.

e) Regn ut arealet til sideflaten ABT.

f) Sideflaten ABT ligger i et plan α. Regn ut likningen for planet.

Oppgave 3

En funksjon $f(x)$ er gitt som:

$$f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 4}$$

a) Finn definisjonsmengden og evt. nullpunkter til $f(x)$.

b) Regn ut evt. asymptoter til funksjonen.

c) Vis ved regning at:

$$f'(x) = \frac{-16x}{(x^2 - 4)^2}$$

d) Regn ut evt. topp- og bunnpunkter for grafen til $f(x)$.

e) Finn eventuelle vendepunkter til $f(x)$.

Oppgave 4

Blant 3 lokale fotballklubber skal det plukkes ut 2 medlemmer til å delta på Rosenborgs fotballakademi. Disse trekkes ut tilfeldig blant alle medlemmene i klubbene. Klubb A har 250 medlemmer, klubb B har 100 medlemmer og klubb C har 50 medlemmer.

a) Hva er sannsynligheten for at begge de heldige kommer fra klubb A?

b) Hva er sannsynligheten for at bare én av de to kommer fra klubb A?

Oppgave 5

Vi skal konstruere et høydebasseng som skal forsyne et område med vann. Bassenget skal utformes som en lukket, sylindrisk tank med et volum på 800 m^3.

a) Finn høyden h i sylinderen uttrykt vha. radiusen r. Anta at r og h måles i meter.

b) Forklar hvorfor overflaten til sylinderen (målt i m^2) kan uttrykkes som:

$$O = 2\pi r^2 + \frac{1600}{r}$$

c) Vi ønsker å bruke minst mulig materialer når sylindertanken skal utformes. Regn ut høyden h og radiusen r i dette tilfellet.

Oppgave 6

I en uendelig geometrisk rekke er $a_2 = \frac{1}{2}$ og $a_5 = \frac{1}{16}$.

a) Regn ut a_1 og kvotienten k for rekken. Forklar hvorfor rekken er konvergent.

b) Vi skal nå benytte de n første leddene i rekken. Vi ønsker at summen S_n av den endelige rekken og summen S av den uendelige rekken skal oppfylle betingelsen:

$$S - S_n < 0{,}0001$$

Hvor mange ledd må vi da ha med i den endelige rekken?