

Diskret matematikk – 2. obligatoriske oppgave

høsten 2024

Innleveringsfrist: Fredag 25. oktober 2024

NB! Fristen MÅ overholdes da administrasjonen må ha resultatene!

Oppgaven består av 13 deloppgaver.

Hvis det er deloppgaver du/dere ikke har gjort på 1. obligatoriske oppgave må dere gjøre dem i tillegg. Hvis du/dere **ikke fikk godkjent 1. obligatoriske oppgave**, må dere løse en ekstraoppgave for å innfri arbeidskravene, se [Ekstraoppgave](#), i tillegg til å løse deloppgavene dere ikke gjorde. Løsningene på ugjorte deloppgaver fra oblig 1 leveres sammen med innleveringen av oblig 2. Løsningen på ekstraoppgaven lastes opp som egen besvarelse i Canvas.

Oppgaven kan løses i **grupper på 2 eller 3 studenter**. Dere leverer da **én felles besvarelse**. Hvis du likevel velger å løse oppgaven alene, må du ta kontakt med en annen student, gjerne en som også har løst oppgaven alene, og sammenligne svarene dere har kommet frem til. Deretter leverer dere en felles besvarelse med de løsningene dere sammen har kommet frem til er de riktige.

Besvarelsen skal lastes opp i Canvas som **én enkelt pdf-fil** (hvis dere har skrevet for hånd, må dere scanne inn **alle** arkene og lagre dem i **en og samme pdf-fil**).

Før dere laster opp filen må dere melde alle gruppemedlemmene inn i en ledig **oblig2-gruppe** og registrere alle medlemmene i denne gruppen. Oppgaven lastes deretter opp av kun én person på gruppen. NB! Dere kan IKKE laste opp besvarelsen i egendefinerte grupper! Da vil den ikke bli registrert! Bruk de forhåndsdefinerte **oblig2**-gruppene.

Selv om gruppemedlemmenes navn er registrert på gruppen **må** dere skrive inn følgende informasjon **i selve besvarelsen**:

Navnene på alle som står bak løsningen skal stå **ØVERST på første side**.

Skriv **fullt navnet og studentnummer på alle medlemmene i gruppen**.

NB! Det er kun de som har navnet sitt på selve besvarelsen som får oppgaven godkjent. Det er ikke nok å være registrert som medlem i gruppen.

Husk: Alle svarene skal begrunnes!

Oppgave 1

A er mengden av de ikke-negative hele tallene, dvs. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ og er både definisjonsmengde og verdiområdet for funksjonene f og g .

La f og g være definert ved:

$$\begin{aligned} f: A &\rightarrow A \text{ der } f(x) = x \bmod 7 \\ g: A &\rightarrow A \text{ der } g(x) = x \operatorname{div} 7 \end{aligned}$$

- Finn $f(x)$ og $g(x)$ for $x = 1$, $x = 6$, $x = 8$, og $x = 14$.
- Finn verdimengdene til f og g .
- Avgjør om funksjonene f og g er *en-til-en* og/eller *på*.

Begrunn svarene!

Oppgave 2

- a) I læreboka kapittel 2.4 er det et eksempel som viser hvordan man løser oppgaver med doble summetegn. Du skal nå løse en tilsvarende oppgave.

$$\sum_{i=2}^{10} \sum_{j=1}^5 (i+j)$$

Skriv opp rekken uttrykket over representerer. Hva slags rekke er det? Bruk formelen(e) fra læreboka til å bestemme rekken.

Tips: Gå ut fra rekken du har skrevet opp.

- b) Nedenfor ser du formelen for en rekke, der indeksen j begynner på 2.

$$\sum_{j=2}^8 (-2)^j$$

Skriv ut rekken som en sum der alle leddene er tatt med. Er rekken aritmetisk eller geometrisk? Bestem så summen ved å bruke formelen fra læreboka (der indeksen j begynner på 0).

NB! Uttrykket over passer ikke til formelen du skal bruke. Du må derfor bestemme den riktige formelen først.

Tips: Skriv ut rekken først, og gå så ut fra rekken du har skrevet opp.

Oppgave 3

a) Gitt tallmatrisene $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Bestem tallmatrisen B slik at $AB = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$

b) Gitt $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, $D = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$, og $E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

Finn tallmatrisene $C+D$, $D+E$, CD , DC og D^T , der de er definert.

Oppgave 4

Gitt de logiske matrisene $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ og $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Finn $A \vee B$, $A \wedge B$, $A \odot B$ og $B^{[2]}$.

Oppgave 5

Teorien blir gjennomgått i uke 41.

Finn kvotienten q og resten r når

- a) 44 deles med 8
- b) 777 deles med 21
- c) 7 deles med 17
- d) 0 deles med 17
- e) 1234567 deles med 101
- f) -221 deles med 23

Kort repetisjon av teorien: Gitt et heltall a og et positivt heltall d . Da finnes det to entydige tall q og r der $0 \leq r < d$ slik at $a = q \cdot d + r$. Her kalles r for resten og q for kvotienten. Med andre ord er q det (hele) antallet ganger d går opp i a og r er resten ved divisjonen.

Definisjonen sier også at når dividenden er negativ, skal resten r likevel være slik at $0 \leq r < d$. Med andre ord er **resten alltid ikke-negativ**. Da kan vi, hvis d ikke går opp i dividenden (dvs. $r \neq 0$), bruke flg. regneregel: La a være positiv og la q og r være kvotient og rest når vi deler a med d . Da blir, når $-a$ deles med d , $-(q+1)$ kvotient og $d-r$ rest.

Oppgave 6

Teorien blir gjennomgått i uke 41.

a) Avgjør sannhetsverdien av følgende utsagn:

i) $3 \equiv 17 \pmod{7}$

ii) $43 \equiv 7 \pmod{5}$

b) Finn fem forskjellige heltall a slik at $a \equiv 7 \pmod{5}$

c) Tverrsummen til et tall a er lik summen av sifrene i a . Se [forelesningsnotatet om Modulo-regning](#) der også gjentatt tverrsum er definert.

Bruk gjentatt tverrsum til å avgjøre, uten å utføre regnestykket, hvilket av tallene

390927602 , 390927702 og 390927802

som er svaret på følgende regnestykke: $5937 \cdot 65846$

$5937 \cdot 65846$.

Oppgave 7

Teorien blir gjennomgått i uke 41.

a) Finn 4027_{10} på binær form, oktal form og heksadesimal form.

b) Finn $A1B2C3_{16}$ på binær form, oktal form og desimal form.

c) Finn 1010010001_2 på oktal form, heksadesimal form og desimal form.

Oppgave 8

Teorien blir gjennomgått i uke 41.

1) Finn summen av den geometriske rekken

$$\sum_{k=0}^7 6 \cdot 16^k$$

2) Finn følgende tall på oktal form og så på desimal form:

$$a = 101101101101101101101101101101_2.$$

Du bør teste svarene dine før du leverer. Stiller du kalkulatoren i Windows på «Programmer», får du 8 bit når du velger Byte.

Oppgave 9

Teorien blir gjennomgått i uke 42.

- Hvor mange primtall er det mellom 100 og 150. Skriv dem opp!
- Finn primtallsfaktoriseringen til $25! = 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ (uttales som 25 fakultet og er som du ser produktet av tallene fra 1 til 25). Slå opp i teorien hvis du ikke vet hva en primtallsfaktorisering er.
- Hvor mange 0-er ender tallet $25!$ på? Finn svaret uten å regne ut tallet.

I punkt c) får du en fasit ved å regne ut $25!$ og så telle opp 0-ene bakerst. Det går normalt ikke med en vanlig lommekalkulator, men kalkulatoren i Windows innstilt på «Scientific» klarer det. Der er det en egen knapp for fakultet.

Oppgave 10

Teorien blir gjennomgått i uke 42.

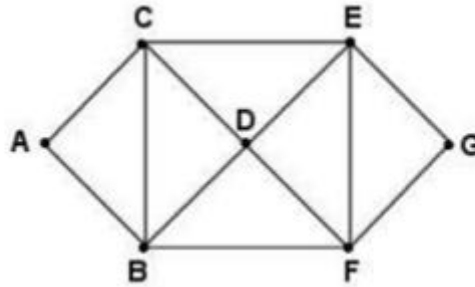
- Finn største felles divisor (*gcd* - *great common divisor*) for 420 og 72 ved bruk av primtallsfaktorisering.
- Finn minste felles multiplum (*lcm* - *least common multiple*) for 420 og 72.
- Finn største felles divisor for de samme tallene ved bruk av Euklids algoritme. Vis hvordan du kom frem til svaret ved å sette opp en tabell, slik vi gjorde på forelesningen.

- d) Finn største felles divisor mellom 53295 og 10920 ved bruk av Euklids algoritme. Vis hvordan du kom frem til svaret ved å sette opp en tabell, slik vi gjorde på forelesningen.

Oppgave 11

Teorien blir gjennomgått i uke 42.

Gitt følgende graf:



- Sett opp graden til hvert punkt i grafen.
- Finnes det en åpen Euler-vei i grafen? Hvis ja, sett opp en slik vei.
- Finnes det en lukket Euler-vei i grafen? Hvis ja, sett opp en slik vei.
- Vi fjerner punktet G og de to kantene som hører til G. Finnes det da en åpen eller lukket Euler-vei i grafen?

Oppgave 12

Teorien blir gjennomgått i uke 43.

ISBN-13 (International Standard Book Number) er en tallkode med 12 siffer + et kontrollsiffer. De 13 sifrene deles opp i ulike grupper. ISBN for læreboken i Diskret matematikk er f.eks. 978-0-07-131501-2. De 12 første sifrene bestemmes av forlaget etter bestemte regler. La s_i være siffer nr. i . Da bestemmes det trettende sifferet, dvs. s_{13} , slik at

$$(s_1 + s_3 + s_5 + s_7 + s_9 + s_{11} + s_{13}) + 3 \cdot (s_2 + s_4 + s_6 + s_8 + s_{10} + s_{12}) \equiv 0 \pmod{10}$$

- Sjekk at dette stemmer for ISBN for læreboken.
- Hva må stå på x-ens plass for at 978-0-073-20679-x skal bli en lovlig ISBN?

