i Eksamensinformasjon

Fakultet: Teknologi, kunst og design
Utdanning: Teknologiske fag
Eksamen i: Diskret matematikk, DAPE1300
Faglærer: Eva Hadler Vihovde

Dato:
Tid: 3 timer

- **Tillatte hjelpemidler:** Håndholdt kalkulator som ikke kommuniserer trådløst og som ikke kan regne symbolsk. Dersom kalkulatoren har mulighet for lagring i internminnet skal minnet være slettet før eksamen. Stikkprøver kan foretas. Ingen andre hjelpemidler er tillatt, men du har tilgang til et digitalt vedlegg som følger med denne oppgaven.

Hvis det er oppgaver du ikke får til med en gang, kan du flagge dem. Fortsett så på de neste oppgavene og gå deretter tilbake til de du har flagget.

Mange av deloppgavene er flervalgsoppgaver. Løs oppgaven selv først, og sjekk deretter om svaret du har kommet frem til finnes blant alternativene. Å sjekke alle svaralternativene kan være tidkrevende, og du risikerer da å ikke bli ferdig med alle deloppgavene før eksamenstiden er ute.

Bruk penn og **kladdeark** til å gjøre utregningene. Disse arkene skal imidlertid IKKE leveres inn. Du skal kun skrive inn de svarene du blir bedt om i hver enkelt oppgave **i Inspera**, men du vil trenge penn og **kladdeark** til å gjøre nødvendige utregninger for å komme frem til svarene.

1 Differensligninger

Gitt differensligningen

$$a_n = 2a_{n-1} + 8a_{n-2},\ n \geq 2,\ \ a_0 = 0,\ a_1 = 6$$

Bestem a_2 og a_3.

a_2 =

$a_3 =$

Bestem det karakteristiske polynomet og finn røttene r_1 og r_2.
Skriv inn produktet av røttene:

$r_1 + r_2 =$

Den generelle løsningen av differensligningen er

$$a_n = \alpha r_1^n + \beta r_2^n$$

Bruk den generelle løsningen, sammen med r_1, r_2, a_0 og a_1, til å sette opp et ligningssett med to ligninger. Bruk så ligningssettet til å finne α og β.
Skriv inn produktet av α og β:

$\alpha + \beta =$

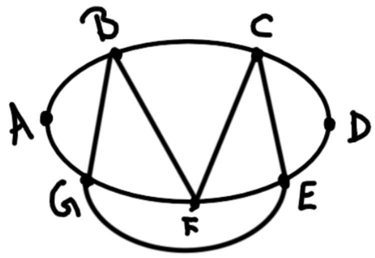
Bestem formelen for a_n . Bruk formelen til å beregne a_3 og sjekk at du får samme svare som du fikk da du brukte differensligningen. Beregn deretter a_6 ved å bruke formelen for a_n.

$a_6 =$

Maks poeng: 15

2 Grafer

Nedenfor ser du en Euler-graf:



Avgjør om det finnes en *åpen* og/eller *lukket Euler-vei* gjennom grafen, eller om det *ikke* finnes noen slik vei.

Velg ett alternativ:

- Det finnes en åpen Euler-vei.
- Det finnes verken en lukket eller en åpen Euler-vei.
- Det finnes både en lukket og en åpen Euler-vei.
- Det finnes en lukket Euler-vei.

Maks poeng: 3

3 Logikk

Kun ett av følgende utsagn er sant.
Hvilket?

Velg ett alternativ:

- $p \to q = q \to p$
- $p \to q = \neg p \to \neg q$
- $p \to q = q \leftrightarrow p$
- $p \to q = \neg q \to \neg p$

Maks poeng: 3

4 Logikk

Gitt utsagnene p og q :

p : *"Det er sol."*
q : *"Det er varmt."*

Hvilket av følgende utsagn tilsvarer setningen:

"Det er varmt bare hvis det er sol."

Velg ett alternativ:

- $p \leftrightarrow q$
- $q \to p$
- $p \to q$
- $\neg q \to \neg p$

Maks poeng: 3

5 Logikk

Gitt følgende utsagnsfunksjoner:

$$P(x) = \{x \mid x\ er\ vaksinert\ \}$$
$$Q(x) = \{x \mid x\ har\ korona\ \}$$

Følgende setning skal uttrykkes ved hjelp av $P(x), Q(x)$, kvantor(er) og logisk(e) operator(er):

"Det finnes noen som har korona, men som er vaksinert."

Hvilket av følgende utsagn tilsvarer setningen over:

Velg ett alternativ:

- $\exists x | P(x) \wedge \neg Q(x)$
- $\forall x | P(x) \wedge Q(x)$
- $\exists x | P(x) \vee \neg Q(x)$
- $\exists x | Q(x) \wedge P(x)$
- $\forall x | \neg P(x) \wedge Q(x)$
- $\exists x | \neg P(x) \wedge Q(x)$
- $\forall x | P(x) \wedge \neg Q(x)$
- $\forall x | P(x) \vee \neg Q(x)$

Maks poeng: 3

6 Logikk

Gitt følgende utsagnsfunksjoner:

$P(x) = \{x \mid x \textit{ er vaksinert } \}$
$Q(x) = \{x \mid x \textit{ har korona } \}$

Følgende setning skal uttrykkes ved hjelp av $P(x), Q(x)$, kvantor(er) og logisk(e) operator(er):

"Ingen som er vaksinert har korona."

Hvilket av følgende utsagn tilsvarer setningen over:

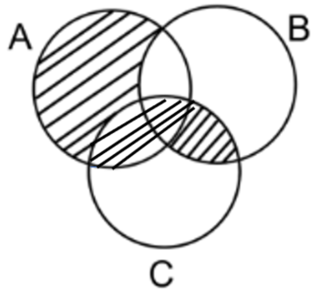
Velg ett alternativ:

- $\exists x | P(x) \land \neg Q(x)$
- $\forall x | \neg P(x) \land Q(x)$
- $\exists x | \neg P(x) \land Q(x)$
- $\exists x | Q(x) \land P(x)$
- $\forall x | P(x) \lor \neg Q(x)$
- $\neg \exists x | P(x) \land Q(x)$
- $\forall x | P(x) \land Q(x)$
- $\exists x | P(x) \lor \neg Q(x)$

Maks poeng: 3

7 Mengder

Hvilket av alternativene under tilsvarer det skraverte området i venndiagrammet?



Velg ett alternativ:

- $(C - (A \cup B)) \cup (A \cap B)$
- $(A - B) \cup (B \cap C)$
- $(A - (B \cup C)) \cup ((B \cap C) - A)$
- $(A \cup B) \cup ((B \cap C) - B)$

Maks poeng: 3

8 Mengder

Hvor mange av tallene fra 1 til 100 er delelig med 3 eller 4?

Du skal løse oppgaven med mengder.

La mengden A være tallene fra 1 til 100 som er delelig med 3.
Hvor mange elementer har A?

$|A|$ =

La mengden B være tallene fra 1 til 100 som er delelig med 4.
Hvor mange elementer har B?

$|B|$ =

La $A \cap B$ være mengde av tallene fra 1 til 100 som er delelig med både 3 og 4.
Hvor mange elementer har $A \cap B$?

$|A \cap B|$ =

Bruk svarene du har kommet frem til til å svare på det første spørsmålet:

Antall tall fra 1 til 100 som er delelig med 3 eller 4 =

Maks poeng: 8

9 Funksjoner

Hvilket av følgende uttrykk er IKKE en funksjon fra $\mathbb{R}$ til $\mathbb{R}$?

Velg ett alternativ:

- $f(x) = x^2 + 2$
- $f(x) = x^3 + 3$
- $f(x) = \frac{x}{2}$
- $f(x) = \sqrt{x}$

Maks poeng: 3

10 Funksjoner

La $f(x) = x^2 + 1$ være en funksjon fra $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$.

Hvilke egenskaper har f ?

Velg ett alternativ:

- $f(x)$ er ikke **på** og heller ikke **en-til-en**.
- $f(x)$ er ikke en funksjon, så spørsmålet er irrelevant.
- $f(x)$ er både **på** og **en-til-en**.
- $f(x)$ er **på** men er ikke **en-til-en**.
- $f(x)$ er ikke **på** men er **en-til-en**.

Maks poeng: 3

11 Tallteori

Hva betyr det at to heltall, a og b, er relativt primiske?

Velg ett alternativ:

- ○ $lcm(a, b) \neq 1$
- ○ $lcm(a, b) = 1.$
- ○ Både a og b er primtall
- ○ $gcd(a, b) \neq 1$
- ○ $gcd(a, b) = 1$

Maks poeng: 3

12 Tallteori

Du skal nå primfaktorisere tallet **9 282.** Hver av faktorene skal fylles inn i stigende rekkefølge fra venstre mot høyre i feltene under. (Kun én faktor i hver rute). Hvis en faktor forekommer flere ganger, skal du ikke bruke potenser, men skrive den inn flere ganger.

9 282 = ☐ · ☐ · ☐ · ☐ · ☐

Maks poeng: 5

13 Tallteori

La x være et heltall der $0 \leq x \leq 10$ og $x \neq 3$.
Hvilken verdi må x ha for at følgende påstand skal være sann?

$$3 \equiv x \ (\ mod\ 6)$$

Svar:

Maks poeng: 4

14 Kontrollsiffer

Den amerikanske posttjenesten, United States Postal Service, selger postanvisninger som er identifisert med et 11 sifret USPS-nummer. De første 10 sifrene identifiserer pengetransaksjonen mens det siste sifferet, x_{11}, er et kontrollsiffer. Dette er bestemt på følgende måte:

$$x_{11} = (x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}) mod\ 9$$

Hva må kontrollsifferet x_{11} være for at $8838201344x_{11}$ skal være et lovelig USPS?

$x_{11} =$

Maks poeng: 4

15 Tallsystemer

En metode for å konvertere et binært tall til et hexadesimalt tall er å gruppere bit'ene.

Hvor mange bit skal det være i hver gruppe?

Hva blir det binære tallet
110111010010
i det hexadesimale tallsystemet?

Svar:

Maks poeng: 4

16 Tallsystemer

En metode for å konvertere et binært tall til et oktalt tall er å gruppere bit'ene.

Hvor mange bit skal det være i hver gruppe?

Hva blir det binære tallet
110111010010
i det oktale tallsystemet?

Svar:

Maks poeng: 4

17 Kombinatorikk

I en kommodeskuff ligger det 12 par sorte sokker i 3 forskjellige størrelser. Hvor mange sokker må du ta opp for å være sikker på å få minst ett par i samme størrelse?

(Du skal ikke sjekke størrelsene før du har tatt opp det riktige antall sokker.)

Maks poeng: 2

18 Kominatorikk

I en liten konsertsal er det 5 rader med 7 seter på hver rad. På grunn av smittevernsreglene kan kun annen hver rad benyttes og det skal være minst to ledige plasser mellom hver benyttede plass.
På hvor mange forskjellige måter kan det maksimale antall personer plasseres i salen samtidig som smittevernsreglene overholdes?

Svar: .

Maks poeng: 3

19 Kombinatorikk

Gitt følgende problem:

En sommerdag du er ute med tre venner, får du i oppdrag å kjøpe is til alle sammen, dvs. fire is tilsammen. I iskiosken kan du velge mellom vaniljeis, jordbæris og sjokoladeis.
På hvor mange måter kan du gjøre det? (Rekkefølgen du velger isene i spiller ingen rolle.)

Hva slags type utvalg skal du bestemme?

Velg ett alternativ:

- Et uordnet r-utvalg uten tilbakelegging
- Et uordnet r-utvalg med tilbakelegging
- Et ordnet r-utvalg med tilbakelegging
- Permutasjon der det inngår like verdier
- Et ordnet r-utvalg uten tilbakelegging

Oppgaven fortsetter ...

Maks poeng: 3

20 Kombinatorikk

Du skal nå løse selve oppgaven:

En sommerdag du er ute med tre venner, får du i oppdrag å kjøpe is til alle sammen, dvs. fire is tilsammen. I iskiosken kan du velge mellom vaniljeis, jordbæris og sjokoladeis.
På hvor mange måter kan du gjøre det? (Rekkefølgen du velger isene i spiller ingen rolle.)

Svar:

Maks poeng: 2

21 Kombinatorikk

Gitt følgende problem:

På hvor mange måter kan bokstavene i ordet ABRAKADABRA stokkes om?

Hva slags type utvalg skal du bestemme?

Velg ett alternativ:

- Permutasjon der det inngår like verdier
- Et uordnet r-utvalg uten tilbakelegging
- Et uordnet r-utvalg med tilbakelegging
- Et ordnet r-utvalg med tilbakelegging
- Et ordnet r-utvalg uten tilbakelegging

Oppgaven fortsetter ...

Maks poeng: 3

22 Kombinatorikk

Du skal nå løse selve oppgaven:

På hvor mange måter kan bokstavene i ordet ABRAKADABRA stokkes om?

Svar:

Maks poeng: 2

23 Relasjon

Gitt mengden $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ og relasjonen R på A der

$R = \{(a, b) |\ gcd(a, b) = 1 \wedge a \neq b\}$

Hvilken av følgende mengder tilsvarer R ?

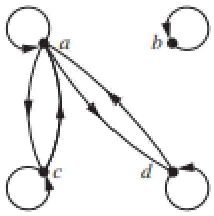
Velg ett alternativ:

- $\{(2,3),(2,5),(3,2),(3,4),(3,5),(4,3),(4,5),(5,2),(5,3),(5,4),(5,6),(6,5)\}$
- $\{(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,4),(3,5),(3,6),(4,5),(4,6),(5,5),(5,6)\}$
- $\{(2,2),(2,4),(2,6),(3,3),(3,6),(4,2),(4,4),(4,6),(5,5),(6,2),(6,3),(6,4),(6,6)\}$
- $\{(2,3),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5),(5,6)\}$

Maks poeng: 3

24 Relasjon

Gitt mengden $A = \{a, b, c, d\}$ og relasjonen R på A, der R er gitt ved grafen



Hvilke egenskaper har R og hva slags type relasjon er den?
Velg en eller flere av alternativene under.

Velg ett eller flere alternativer

- [ ] R er partiell ordning
- [ ] R er en ekvivalensrelasjon
- [ ] R er refleksiv
- [ ] R er symmetrisk
- [ ] R er transitiv
- [ ] R er antisymmetrisk

NB! Du får fratrekk for feil svar, men du kan ikke få mindre enn null poeng.

Maks poeng: 4

25 Relasjoner

Gitt mengden $A = \{a, b, c, d\}$ og relasjonen R på A, der R er gitt ved matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Hvilke egenskaper har R og hva slags type relasjon er den?
Velg en eller flere av alternativene under.

Velg ett eller flere alternativer

- [ ] R er antisymmetrisk
- [ ] R er transitiv
- [ ] R er refleksiv
- [ ] R er en ekvivalensrelasjon
- [ ] R er symmetrisk
- [ ] R er en partiell ordning

NB! Du får fratrekk for feil svar, men du kan ikke få mindre enn null poeng.

Maks poeng: 4

26 Relasjoner

Gitt mengden $A = \{a, b, c, d\}$ og ekvivalensrelasjonen $R\ på\ A$ gitt ved mengden

$R = \{(a, a), (a, c), (b, b), (b, d), (c, a), (c, c), (d, b), (d, d)\}$

Hvilken av følgende mengder tilsvarer ekvivalensklassen $[a]_R$?

Velg ett alternativ:

- $\{b, d\}$
- $\{a, b, c, d\}$
- $\{(a, a), (a, c)\}$
- $\{a, b\}$
- $\{c, d\}$
- $\{(b, b), (b, d)\}$
- $\{a, c\}$
- $\{(a, a), (a, c), (b, b), (b, d), (c, a), (c, c), (d, b), (d, d)\}$

Maks poeng: 3