Ekvivalensrelasjoner
En relasjon R på en mengde A er en *Ekvivalensrelasjon* hvis den er *refleksiv, symmetrisk og transitiv*.

Partielle ordninger
En relasjon R på en mengde A er en *Partiell ordning* hvis den er *refleksiv, anti-symmetrisk og transitiv*.

Ekvivalensklasser

La R være en ekvivalensrelasjon på en mengde A. La $a \in A$.
Ekvivalensklassen til *a* betegnes som $[a]_R$ og er beskrevet som følgende delmengde av A:
$[a]_R = \{ b \in A \mid (a, b) \in R \}$
Hvis (a, b) er et verdipar i R er *ekvivalensklassen til a mengden av alle andrekoordinater i verdipar der a er førstkoordinat.*

Hvis (a, b) er et verdipar i R er *ekvivalensklassen til a mengden av alle andrekoordinater i verdipar der a er førstkoordinat.*

<u>Eksempel</u>
La A være heltallene og $R = \{(a, b) \mid a \equiv b \pmod 5\}$
Vi får da følgende ekvivalensklasser:
$[0]_R = \{\ldots, -10, -5, 0, 5, 10, 15, \ldots.\}$
$[1]_R = \{\ldots, -9, -4, 1, 6, 11, 16, \ldots.\}$
$[2]_R = \{\ldots, -8, -3, 2, 7, 12, 17, \ldots.\}$
$[3]_R = \{\ldots, -7, -2, 3, 8, 13, 18, \ldots.\}$
$[4]_R = \{\ldots, -6, -1, 4, 9, 14, 19, \ldots.\}$
Vi får at
$[5]_R = [0]_R$, $[6]_R = [1]_R$, $[7]_R = [2]_R$, $[8]_R = [3]_R$, $[9]_R = [4]_R$, $[10]_R = [0]_R$ osv.
$[0]_R \cup [1]_R \cup [2]_R \cup [3]_R \cup [4]_R = A$
$[0]_R \cap [1]_R = \emptyset$, $[1]_R \cap [2]_R = \emptyset$ osv.

Partisjoner (oppdelinger)

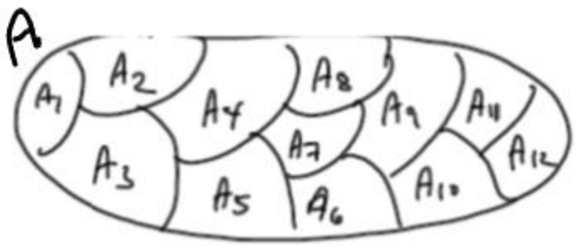
Gitt en mengde A, og delmengdene A_1 og A_2, der

$$A_1 \cup A_2 = A$$
$$A_1 \cap A_2 = \emptyset$$

dvs. at A_1 og A_2 utgjør til sammen hele A, samt at A_1 og A_2 *disjunkte mengder* uten felles elementer. Vi sier da et A_1 og A_2 utgjør en partisjon av A. Et annet ord for partisjon er oppdeling.

En partisjon (oppdeling)

En samling delmengder $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ av en mengde A utgjør en partisjon av A hvis $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \ldots \cup A_n = A$ og $A_i \cap A_j = \emptyset$ for alle $i \neq j$.



Setninger 1

La R være en ekvivalensrelasjon på en mengde A. Da vil ekvivalensklassene til R utgjøre en partisjon av A.

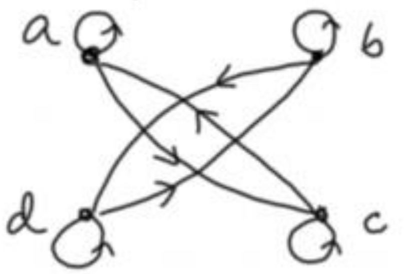
<u>Eksempel 1</u>

La A = {a, b, c, d} og

R = {(a, a), (a, c), (b, b), (b, d), (c, a), (c, c), (d, b), (d, d)}

Vi ser at relasjonen R er refleksiv, symmetrisk og transitiv. R er derfor en ekvivalensrelasjon:

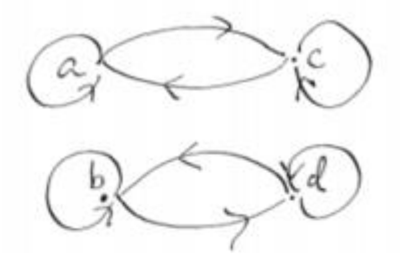
Grafen G_R til R:



Matrisen M_R til R:

$$M_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vi ser at grafen G_R består av to separate deler som ikke er relatert til hverandre. Vi kunne tegnet den slik:



Hver del gir opphav til en ekvivalensklasse:

$[a]_R = [c]_R = \{a, c\}$,

$[b]_R = [d]_R = \{b, d\}$