Innlevering	BYFE DAFE Matematikk 1000 HIOA
	Obligatorisk innlevering 2
Innleveringsfrist	Fredag 05. februar 2016 kl 14:00
Antall oppgaver:	5

1

Vi definerer noen matriser

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -5 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Regn ut følgende for hand (når uttrykkene eksisterer). Sjekk gjerne svarene ved å benytte matlab.

$$A+B,\ AB,\ BA,\ AB-BA,\ B^2,\ B^3$$

$$C+D,\ CD,\ DC,\ AC,\ CB$$

$$A^T,\ B^T,\ C^T,\ D^T$$

$$\det(A),\ \det(B)$$

$$A^{-1},\ B^{-1},\ (A^{-1})^{-1},\ (AB)^{-1}-A^{-1}B^{-1}$$

Sjekk at

$$B^TA^T = (AB)^T$$

Forklare hvorfor dette er sant ikke bare for A og B ovenfor, men for alle matriser A og B slik at AB er definert.

2

For hver av matrisene nedenfor finn den ekvivalente matrisen som er på redusert trappeform. Dere kan sjekke svaret dere kommer frem til ved å benytte kommandoen $rref$ i matlab.

Regn også ut determinantene (determinanter) til de kvadratiske matrisene. Hvis determinanten er ulik null skal dere også regne ut inversmatrisen. Dere kan sjekke svarene deres ved å bruke $det()$ og $inv()$ i matlab.

Hva blir determinanten til matrisen i 1c) hvis dere regner den ut i matlab? Hvordan kan dette forklares?

Vis utregningene deres.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3

Beskriv alle løsningene til likningssystemene nedenfor.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

for parametre a og b. (Uttrykk x og y som funksjoner av a og b.)

b) Her er et eksempel med komplekse tall ($i^2 = -1$)

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{bmatrix}$$

for alle mulige verdier av parameteren a.

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4

a) Bestem alle polynomer $q(x)$ av grad 4 eller lavere slik at

$$q(-2) = 3 \quad q(-1) = 1 \quad q(1) = 2 \quad q(2) = 11.$$

Regn gjerne dette ut for hand.

b) Bestem polynomet $p(x)$ av grad 5 eller lavere slik at

$$p(x_i) = y_i$$

for $i = 1, \dots, 6$ hvor

$$x = [1.234, 2.432, 0.542, -0.342, -2.003, -3.678]$$

$$y = [5.423, 6.423, -0.234, -4.078, -8.762, 3.543]$$

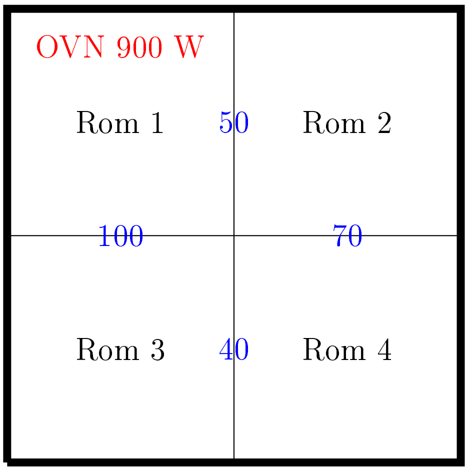
Her skal dere benytte matlab. Vektorene med tallene ovenfor er tilgjengelige på nettsiden til kurset. Hvis dere vil kan dere også plotte polynomet og punktene.

Transponering er gitt ved $.'$. Elementvis multiplikasjon av vektorer (og matriser) er gitt ved $.*$.

5

En leilighet har fire rom. Det er bare en leilighet i hver etasje. Vi ser bort fra varmetap til leiligheten over og under vår leilighet. Det står en ovn som avgir 900 W i rom 1. Anta at temperaturen ute er $-5°C$ og at varmetapet utover, for hver av de fire rommene, er proporsjonalt til temperaturdifferansen med varmeoverføringskoeffisient $10W/°C$. Mellom rommene er det ikke så godt isolert: Mellom rom 1 og 2 er varmeoverføringskoeffisienten $50W/°C$, mellom rom 1 og 3 er koeffisienten $100W/°C$, mellom rom 2 og 4 er koeffisienten $70W/°C$, mellom rom 3 og 4 er koeffisienten $40W/°C$. Temperaturen i rom 1 kan kalles T_1 etc. Varmetap er gitt ved temperaturdifferanse ganget med varmeoverføringskoeffisienten.

Regn ut temperaturen i de fire rommene når temperaturen har stabilisert seg.



Hint: Sett opp et regnskap for varmetap for de fire rommene og løs likningsystemet. For eksempel for rom 3 er total varmetap lik 0 derfor må

$$10(T_{ute} - T_3) + 100(T_1 - T_3) + 40(T_4 - T_3) = 0.$$

(Vi tar ikke med enhetene.) Dette er det samme som

$$100T_1 + 0 \cdot T_2 - 150T_3 + 40T_4 = 50.$$

Et lignende men enklere eksempel er gjennomgått på forelseningen 3. september 2015.

Det bør brukes regneverktøy for å løse oppgaven. Tenk over om svaret du får er rimelig. For eksempel hva er gjennomsnittstemperaturen til de fire rommene?