Innlevering	ELFE KJFE MAFE Matematikk 1000 HIOA
	Obligatorisk innlevering 2
Innleveringsfrist	Torsdag 06. oktober 2016 kl 16:00
Antall oppgaver:	6

1

Vi definerer noen matriser

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -5 & -1 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Regn ut følgende for hand (når uttrykkene eksisterer). Sjekk gjerne svarene ved å benytte matlab.

$$A + B,\ AB,\ BA,\ AB - BA,\ B^2,\ B^3$$

$$C + D,\ CD,\ DC,\ AC,\ CB$$

$$A^T,\ B^T,\ C^T,\ D^T$$

Sjekk at

$$B^T A^T = (AB)^T$$

Forklare hvorfor dette er sant ikke bare for A og B ovenfor, men for alle matriser A og B slik at AB er definert.

2

For hver av matrisene nedenfor finn den ekvivalente matrisen som er på redusert trappeform. Dere kan sjekke svaret dere kommer frem til ved å benytte kommandoen $rref$ i matlab.

Vis utregningene deres.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3

Beskriv alle løsningene til likningssystemene nedenfor.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

for parametre a og b. (Uttrykk x og y som funksjoner av a og b.)

b) Her er et eksempel med komplekse tall ($i^2 = -1$)

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{bmatrix}$$

for alle mulige verdier av parameteren a.

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

4

Vi har likningssystemet $A\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b}$. Hvor A er lik $[\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3]$. Vi anvender Matlab kommandoen rref på totalmatrisen til likninssystemet og får

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1.012 \\ 0 & 1 & 0 & -2.472 \\ 0 & 0 & 1 & 0.123 \end{bmatrix}$$

Uttrykk $\overrightarrow{b}$ som en lineær kombinasjon av søylevektorene til matrisen A.

5

Bestem alle polynomer $q(x)$ av grad 4 eller lavere slik at

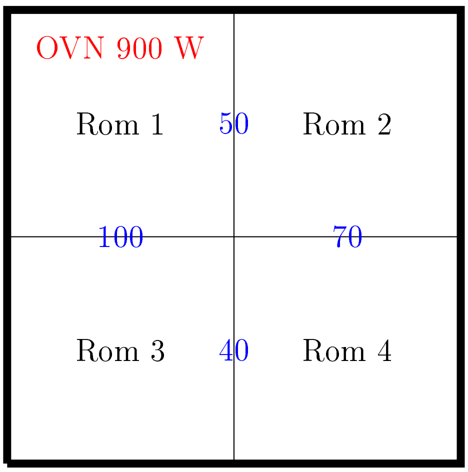
$$q(-2) = 3 \quad q(-1) = 1 \quad q(1) = 2 \quad q(2) = 11.$$

Regn gjerne dette ut for hand. Et lignende eksempel er gitt i forelesningsnotatene til M1000 den 27.08.2015. Se også geogebra siden "En familie av polynomer".

6

En leilighet har fire rom. Det er bare en leilighet i hver etasje. Vi ser bort fra varmetap til leiligheten over og under vår leilighet. Det står en ovn som avgir 900 W i rom 1. Anta at temperaturen ute er $-5°C$ og at varmetapet utover, for hver av de fire rommene, er proporsjonalt til temperaturdifferansen med varmeoverføringskoeffisient $10W/°C$. Mellom rommene er det ikke så godt isolert: Mellom rom 1 og 2 er varmeoverføringskoeffisienten $50W/°C$, mellom rom 1 og 3 er koeffisienten $100W/°C$, mellom rom 2 og 4 er koeffisienten $70W/°C$, mellom rom 3 og 4 er koeffisienten $40W/°C$. Temperaturen i rom 1 kan kalles T_1 etc. Varmetap er gitt ved temperaturdifferanse ganget med varmeoverføringskoeffisienten.

Regn ut temperaturen i de fire rommene når temperaturen har stabilisert seg.



Hint: Sett opp et regnskap for varmetap for de fire rommene og løs likningsystemet. For eksempel for rom 3 er total varmetap lik 0 derfor må

$$10(T_{ute} - T_3) + 100(T_1 - T_3) + 40(T_4 - T_3) = 0.$$

(Vi tar ikke med enhetene.) Dette er det samme som

$$100T_1 + 0 \cdot T_2 - 150T_3 + 40T_4 = 50.$$

Lignende men enklere eksempler er gjennomgått på forelseningen i M1000 den 3. september 2015 samt 27.01.2016.

Det bør brukes regneverktøy for å løse oppgaven. Tenk over om svaret du får er rimelig. For eksempel hva er gjennomsnittstemperaturen til de fire rommene?

Noen kommandoer i matlab:

Matriser skrives inn ved å benytte firkantparenteser [ ] og komma som skille mellom elementene og semikolon som skille mellom radene. For eksempel er 2×2-identitetsmatrisen gitt ved

$$[1, 0; 0, 1]$$

$*$ multiplikasjon av matriser

$.*$ elementvis (eller punktvis) multiplikasjon av matriser

M^n potensopphøying av matrisen M i n-te potens

$M.^n$ elementvis potensopphøying av matrisen M i n-te potens

M' transponering og kompleks konjugering av M

$M.'$ transponering av M

M^{-1} inversmatrisen til M. Vi kan også finne denne ved å benytte kommandoen inv(M).

det(M) determinanten til M

rref(M) overfører M til redusert trappeform (Row Reduced Echelon Form)

Konkatenering av matriser $[A, B]$ og $[A; B]$ etc.

Element i, j i en matirse M er gitt ved $M(i, j)$

Delmatriser av en matrise M kan plukkes ut ved $M(2:3, 3:5)$ etc.

Identitetsmatrisen av dimensjon $n \times n$ er gitt ved eye(n)

Matrisen av dimensjon $m \times n$ med alle elementene lik 1 (eller lik 0) er gitt ved ones(m, n) (zeros(m, n)).

Tilfeldige matriser av dimensjon $m \times n$ med elementer mellom 0 og 1 er generes av rand(m, n).