

Matte 1000 ELFE KJFE MAFE 1000
Øvinger til manag 12. september 2016

Oppgave 1

- a) Benytt Eulers metode med steglengde 0.1 til å estimere funksjonsverdien $f(1.3)$ av løsningen til differensiallikningen

$$y' = x + y$$

med initialbetingelsen $y(1) = 1$.

- b) Vis at den eksakte løsningen er $y(x) = 3e^{x-1} - x - 1$. Sammenlign verdien $y(1.3)$ med den du fikk i del a)

Oppgave 2

Vis at funksjonene $y(x) = Ae^{-kt}$ er løsningen til differensiallikningen

$$y'(t) = -ky(x)$$

Anta at $k > 0$, da beskriver differensiallikningen eksponentiell avtagning. Prosesser som er styrt av dette er for eksempel radioaktiv nedbryting. Hvorfor er dette en rimelig modell for radioaktiv nedbryting?

Se for eksempel 4.2 i boken (side 185). Les også gjerne wikipedia om karbon 14 metoden. (Søk for eksempel "karbondatering". Engelsk utgave har mer informasjon).

Det er et konstant forhold mellom den radioaktive isotopen C14 og C12 (det er og noe C13) i levende organismer som tar opp karbon. Etter de dør vil andelen C14 avta pga. det nedbrytes (Til nitrogen N14 elektron og antinøytrino). Tiden det tar før andelen C14 er halvert er ca 5700 år. Den kalles gjerne halveringstiden og skrives $t_{1/2}$.

La A være forholdet mellom C14 og C12 i levende organisk materiale. Vis at forholdet ved tiden t år etter at organismen døde er

$$Ae^{-(\ln 2)t/t_{1/2}}$$

Anta at man finner et skjelett og måler verdiene til å være $0.78A$. Hvor gammel er da skjelettet?

Oppgave 3

Finn alle løsningene til differensiallikningene

$$y'' - 3y' + 2y = 0 \quad y'' - 3y' + 3y = 0 \quad y'' + 4y' = 0$$