

Innlevering ELFE KJFE MAFE Matematikk 1000 HIOA  
Obligatorisk innlevering 2  
Innleveringsfrist Mandag 14. september 2015 før forelesningen 12:30  
Antall oppgaver: 5

## 1

For hver av matrisene nedenfor finn den ekvivalente matrisen som er på redusert trappeform. Dere kan sjekke svaret dere kommer frem til ved å benytte kommandoen *rref* i matlab.

Regn også ut determinantene (determinanter er tema for uke 37) til de kvadratiske matrisene. Hvis determinanten er ulik null skal dere også regne ut inversmatrisen. Dere kan sjekke svarene deres ved å bruke *det()* og *inv()* i matlab.

Hva blir determinanten til matrisen i 1c) hvis dere regner den ut i matlab? Hvordan kan dette forklares?

Vis utregningene deres.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix}$$

b)

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix}$$

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

e)

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & -2 & 1 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

## 2

Beskriv alle løsningene til likningssystemene nedenfor.

a)

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$$

for parametre  $a$  og  $b$ . (Uttrykk  $x$  og  $y$  som funksjoner av  $a$  og  $b$ .)

b) Her er et eksempel med komplekse tall ( $i^2 = -1$ )

$$\begin{bmatrix} 1 & (1-i) \\ 2i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 & 16 \\ 6 & 17 & 0 \\ 5 & -15 & 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{bmatrix}$$

for alle mulige verdier av parameteren  $a$ .

d)

$$\begin{bmatrix} 12 & 4 & 19 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 3

a) Bestem alle polynomer  $q(x)$  av grad 4 eller lavere slik at

$$q(-2) = 3 \quad q(-1) = 1 \quad q(1) = 2 \quad q(2) = 11.$$

Regn dette ut for hand.

b) Bestem polynomet  $p(x)$  av grad 5 eller lavere slik at

$$p(x_i) = y_i$$

for  $i = 1, \dots, 6$  hvor

$$x = [1.234, 2.432, 0.542, -0.342, -2.003, -3.678]$$

$$y = [5.423, 6.423, -0.234, -4.078, -8.762, 3.543]$$

Her skal dere benytte matlab. Vektorene med tallene ovenfor er tilgjengelige på nettsiden til kurset. Hvis dere vil kan dere også plote polynomet og punktene.

Transponering er gitt ved  $'$ . Elementvis multiplikasjon av vektorer (og matriser) er gitt ved  $.*$ .

## 4

Vi ser litt på stabiliteten til løsningene i et likningssystem. Små endringer i et likningssystem kan få store konsekvenser for løsningene. Her er et enkelt eksempel

$$\begin{bmatrix} 1.000001 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ og } \begin{bmatrix} 1.000001 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.000001 \\ 1 \end{bmatrix}$$

har løsning hennholdsvis

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ og } \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En relativ endring på en milliontedel i ene tallet i likningssystemet får store konsekvenser for løsningen. I dette tilfellet er determinanten til koeffisientmatrisen bare  $10^{-6}$ .

Undersøk stabiliteten til likningssystemet

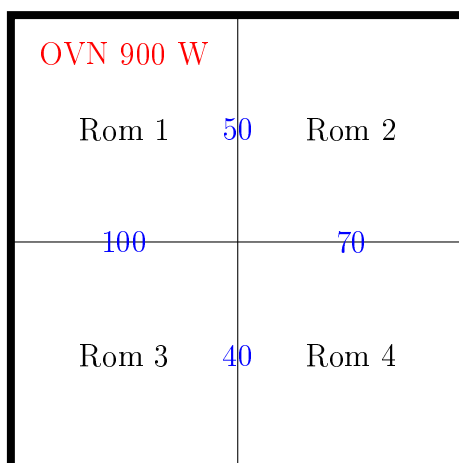
$$\begin{bmatrix} 2.35643 & 1.34252 \\ 5.86695 & 3.34255 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.69895 \\ 9.20949 \end{bmatrix}$$

hvis vektoren  $[3.69895, 9.20949]$  endres litt. Prøv gjerne å gjøre små endringer i koeffisientmatrisen også. En m-fil er tilgjengelig. Hva observerer du? (Det er ikke nødvendig å skrive så mye her.)

## 5

En leilighet har fire rom. Det er bare en leilighet i hver etasje. Vi ser bort fra varmetap til leiligheten over og under vår leilighet. Det står en ovn som avgir 900 W i rom 1. Anta at temperaturen ute er  $-5^\circ\text{C}$  og at varmetapet utover, for hver av de fire rommene, er proporsjonalt til temperaturdifferansen med varmeoverføringskoeffisient  $10\text{W}/^\circ\text{C}$ . Mellom rommene er det ikke så godt isolert: Mellom rom 1 og 2 er varmeoverføringskoeffisienten  $50\text{W}/^\circ\text{C}$ , mellom rom 1 og 3 er koeffisienten  $100\text{W}/^\circ\text{C}$ , mellom rom 2 og 4 er koeffisienten  $70\text{W}/^\circ\text{C}$ , mellom rom 3 og 4 er koeffisienten  $40\text{W}/^\circ\text{C}$ . Temperaturen i rom 1 kan kalles  $T_1$  etc. Varmetap er gitt ved temperaturredifferanse ganget med varmeoverføringskoeffisienten.

Regn ut temperaturen i de fire rommene når temperaturen har stabilisert seg.



Hint: Sett opp et regnskap for varmetap for de fire rommene og løs likningsystemet. For eksempel for rom 3 er total varmetap lik 0 derfor må

$$10(T_{ute} - T_3) + 100(T_1 - T_3) + 40(T_4 - T_3) = 0.$$

(Vi tar ikke med enhetene.) Dette er det samme som

$$100T_1 + 0 \cdot T_2 - 150T_3 + 40T_4 = 50.$$

Et lignende men enklere eksempel er gjennomgått på forelesningen 3. september 2015.

Det bør brukes regneverktøy for å løse oppgaven. Tenk over om svaret du får er rimelig. For eksempel hva er gjennomsnittstemperaturen til de fire rommene?