Alle svar skal grunngis. Alle deloppgaver har lik vekt.

Oppgave 1
Gitt matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix},\ \vec{v} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} \text{ og } \vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

a) Regn ut følgende matrisesummer og matriseprodukter, om mulig. Dersom det ikke er mulig, skal du kort forklare hvorfor.

$$A + B, \quad AB, \quad B - C^T, \quad B\vec{v}, \quad \vec{w}^T C.$$

b) Hvis mulig, regn ut inversmatrisen A^{-1}, hvor A er definert over.

c) Bestem alle løsninger til ligningssystemet

$$C \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \vec{w}.$$

C og $\vec{w}$ er definert ovenfor.

Oppgave 2
Funksjonen $f(x) = x^3 + x - 1$ har nøyaktig ett nullpunkt på intervallet $[0, 1]$ (du trenger ikke vise dette).

Bruk halveringsmetoden til å regne ut en tilnærmet verdi for nullpunktet slik at feilen i svaret er mindre enn $1/16$.

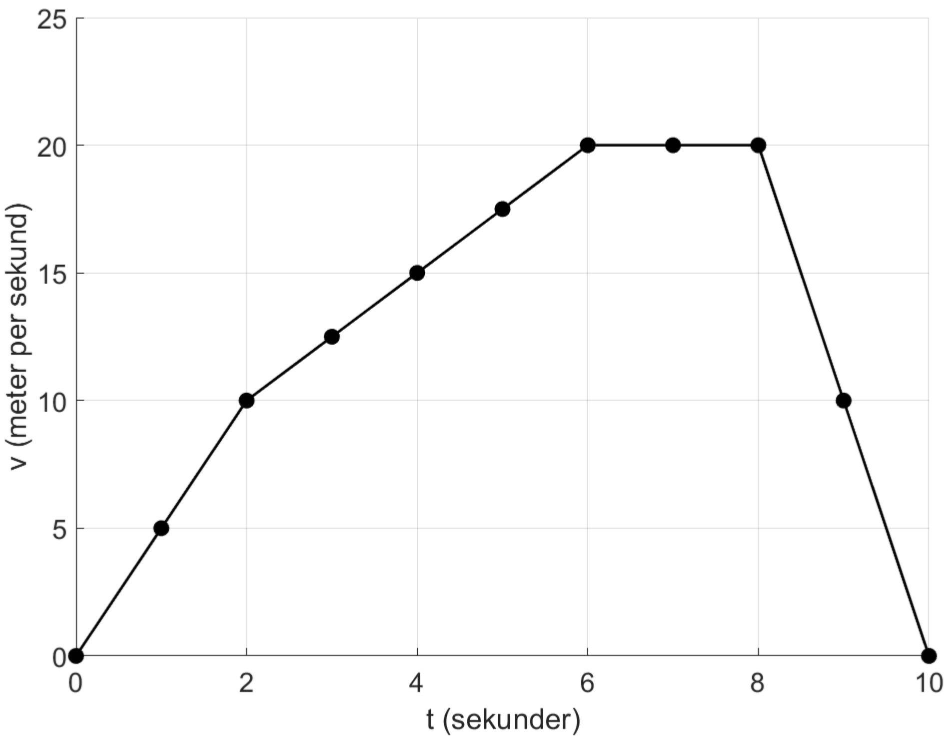
Oppgave 3
Løs den komplekse likningen

$$\frac{z+1}{\sqrt{3}z} = i.$$

Skriv løsningen på kartesisk form og på polar form.

Oppgave 4
En bil starter opp og kjører et stykke før den bremser og stanser igjen. Farten til bilen måles hvert sekund. Sammenhørende målinger av fart (v) og tid (t) er vist i figuren nedenfor.

Basert på disse målingene, bestem strekningen s som bilen har tilbakelagt.



Oppgave 5
En ballong blåses opp slik at volumet øker med rate 300 cm^3/s. Vi antar at ballongen har form som ei kule med radius r og minner om at ei slik kule har volum $4\pi r^3/3$.

Hvor fort endres radien til ballongen når $r = 10$ cm?

Oppgave 6

a) Bestem løsningen til initialverdiproblemet

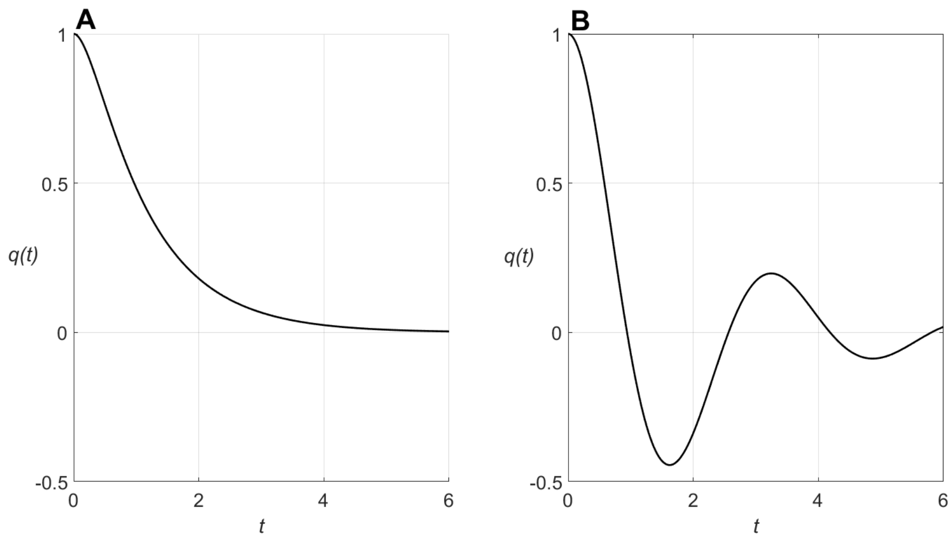
$$q'' + Rq' + 4q = 0, \quad q(0) = 1, \quad q'(0) = 0,$$

når $R = 0$.

Differensialligningen i a) kan beskrive den tidsvarierende ladningen i en såkalt RLC-krets uten strømkilde med en spole med *induktans* $L = 1$, kondensator med *kapasitans* $C = 1/4$ og motstand med *resistans* R.

Vi ser på to RLC-kretser. Motstanden i den ene kretsen har resistans $R = 1$, mens motstanden i den andre kretsen har resistans $R = 5$. Figurene under viser hvordan initialverdiproblemet i a) beskriver ladningsvariasjonen i de to kretsene.

b) Hvilken av figurene beskriver ladningen som funksjon av tida i kretsen med $R = 1$? Hvilken av dem beskriver ladningen som funksjon av tida i kretsen med $R = 5$? Begrunn svaret.



Oppgave 7

Regn ut det uegentlige integralet.

$$\int_0^\infty x^5 e^{-x^3}\,dx$$

SLUTT