

Eksamen i	FO010A Matematikk 1000
	Kontinuasjoneksamen
Dato	August 2010
Tidspunkt	09.00 - 14.00
Antall oppgaver	6
Vedlegg	Formelark
Tillatte hjelpemidler	Ingen

Oppgave 1

- Derivér funksjonene $f(x) = x^2(e^x + e^{-x})$ og $g(x) = \ln(\tan^2 x + 1)$.
- En kurve er gitt ved likningen $4^y = x^2$. Finn likningen for tangenten til kurven i punktet $(x, y) = (4, 2)$.

Oppgave 2

Vi betrakter matrisen A og vektoren \mathbf{b} gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 1 \\ -1 & a+3 & -(a+2) \\ 1 & 1 & a+1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} a+3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

- Løs likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ når $a = -2$.
- For hvilke verdier av a har likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ eksakt én løsning?
- For hvilke verdier av a har likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ uendelig mange løsninger? Skriv løsningene på parametrisk vektorform i disse tilfellene.

Oppgave 3

Regn ut disse ubestemte integralene:

a) $\int 8x^3 \ln(2x) dx$

b) $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx$

Oppgave 4

Finn den generelle løsningen av disse differensiallikningene:

a) $y' + y = 4$

b) $y'' - 7y' + 12y = 3e^{2x}$

Oppgave 5

La A og B være matrisene gitt ved

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Finn alle egenverdiene til A . Er A invertibel?
- Avgjør om kolonnevektorene i B er lineært uavhengige.
- Finn alle løsninger av likningen $B\mathbf{x} = \mathbf{x}$. Hva kan du si om egenverdier og egenvektorer for B ut i fra det du har funnet?
- Finn alle egenverdiene til matrisen B .

Oppgave 6

Vanntank A på 1500 liter er blitt forurenset med 100 g av et skadelig stoff. Den er forbundet med vanntank B på 1000 liter slik at vannet strømmer med en konstant hastighet på 6 liter/s fra tank A til B, og med like stor hastighet fra tank B til A. Hvor lang tid tar det før tank B inneholder 20 g av det skadelige stoffet? Vi antar at det skadelige stoffet hele tiden er jevnt fordelt i hver vanntank. Du kan bruke at $\ln 2 \simeq 0.693$.