# Effekt 4.6

Effekt er arbeid per tidsenhet.

Enheten for effekt er Watt $= N \cdot m/s$

$= kg \cdot m^2/s^3$

Gjennomsnittlig effekt av et arbeid $A$ utført i en tidsintervall $t$ er $\bar{P} = \frac{A}{t}$.

(momentan) effekt er $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{d}{dt} A(t)$.

La oss nå skrive $W$ for arbeidet $(A = W)$.

effekt $P = \frac{dW}{dt}$ $\qquad P \cdot \Delta t = \Delta W$

$$W_2 - W_1 = \int_{t_1}^{t_2} P\,dt$$

$$\Delta W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\theta$$

$\theta$ vinkelen mellom $\vec{F}$ og $\Delta\vec{r}$.

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{F} \cdot \Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$= \vec{F} \cdot \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{V}$$

$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ er fartsvektoren.

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{V}}$$

Kinetisk energi: $\vec{F} = m \cdot \frac{d\vec{V}}{dt}$

$$W_2 - W_1 = \int_{t_1}^{t_2} P(t) \cdot dt = \int_{t_1}^{t_2} m \overbrace{\left(\frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V}\right)}^{\frac{d}{dt}\left(\frac{\vec{V}\cdot\vec{V}}{2}\right)} dt$$

$$= \frac{m}{2} |\vec{V}(t_2)|^2 - \frac{m}{2} |\vec{V}(t_1)|^2$$

$$W_2 - W_1 = \frac{m}{2} V_2^2 - \frac{m}{2} V_1^2.$$

# Nyttig arbeid og virkningsgrad

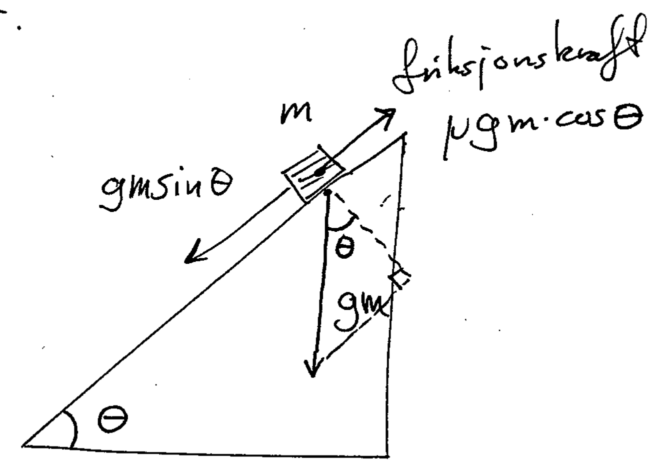
Nyttig arbeid $W_n$

Totalt arbeid $W_{tot}$

"Tapt arbeid" $W_{tot} - W_n$ (friksjon ...)

Virkningsgraden $\eta = \frac{W_n}{W_{tot}}$ $\eta \leq 1$

Tilsvarende for effekt.




Friksjonskoefisient $\mu$.

Boks sklir nedover.
Nyttig arbeid er arbeid utført på boksen.
Totalt arbeid er arbeid utført av gravitasjonskraften

Hvis boksen beveger seg en lengde $l$ nedover så er

$$W_{tot} = g \cdot m \cdot \sin\theta \cdot l$$

$$W_n = gm \sin\theta \cdot l - \mu g m \cos\theta \cdot l$$

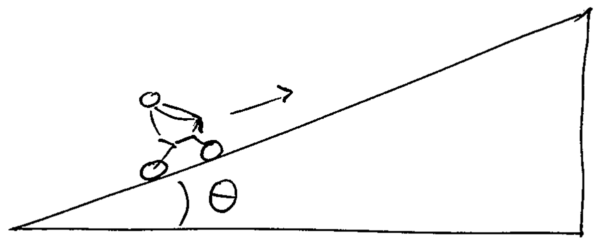
Virkningsgraden $\eta = \frac{W_n}{W_{tot}} = \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\sin\theta}$

$$\eta = 1 - \mu\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

Gyldig så lenge $\mu \cdot \cot\theta < 1$
$(\mu < \tan\theta)$.

( $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$ cotangens
$\propto \theta < \frac{\pi}{2}$ da er $\cot\theta > 0$ : $\frac{\mu \cdot \cot\theta}{\cot\theta} < \frac{1}{\cot\theta}$ gir $\mu < \tan\theta$
$1/\cot\theta = \tan\theta$ )

Eksamensoppg 3 a) (2004)




konstant fart V

$\sin\theta = \frac{1}{7}$

Masse syklis og sykkel $m = 95\,\text{kg}$

Effekten 150W

Virkningsgraden er 90% = 0.90.

Effekten som går til å drive sykkelen frem (nytteeffekten) er 150W · 0.90 = $\underline{135\,\text{W}}$

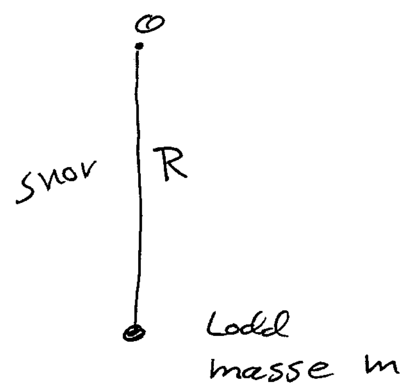
Siden farten er konstant er nytteeffekten $P_n$ og pluss effekten av gravitasjonen tilsammen 0.

$$P_n + (\underbrace{-m \cdot g \sin\theta}_{\text{komponenten til gravitasjonskraften i bevegelsesretningen.}}) \cdot V = 0$$

Dette gir at $V = \dfrac{P_n}{m \cdot g \cdot \sin\theta}$ $\quad (0 < \theta < \pi/4)$

I dette tilfellet blir farten

$$V = \frac{135\,\text{W}}{95\,\text{kg} \cdot 9.8\,\text{m/s}^2 \cdot 1/7} = \underline{1.0\,\text{m/s}}$$




I tiden $t=0$ settes loddet i horisontal bevegelse med fart $V_0$.
Hvor stor må $V_0$ være for at loddet skal gå i en sirkulær bane (en hel gang rundt)?

Loddet går i en sirkulær bane hvis sentripetal akselerasjonen $\frac{V^2}{R}$ er minst like stor som gravitasjons akselerasjonen $g$: $\frac{V_{top}^2}{R} \geq g$

Bevaring av energi gir at

høyden

$$\frac{mV_{top}^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = -m \cdot g(2 \cdot R)$$

$$V_{top}^2 = V_0^2 - 2 \cdot g \cdot 2 \cdot R = V_0^2 - 4gR$$

Vi må ha at

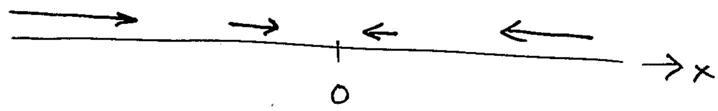
$$\frac{V_{top}^2}{R} \geq g$$

$$\frac{V_0^2 - 4gR}{R} \geq g$$

$$V_0^2 \geq 5gR \quad \text{så} \quad \underline{|V_0| \geq \sqrt{5gR}}$$

Harmonisk oscilator

$\vec{F} = -k\,x \qquad (k > 0)$




Newtons 2. lov

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}$$

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2} x = -k \cdot x$$

$$m \cdot \frac{d^2}{dt^2} x + k \cdot x = 0.$$

En generell løsning er på formen

$$x(t) = A \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t\right) + B \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t\right)$$

$A, B$ konstanter.

---

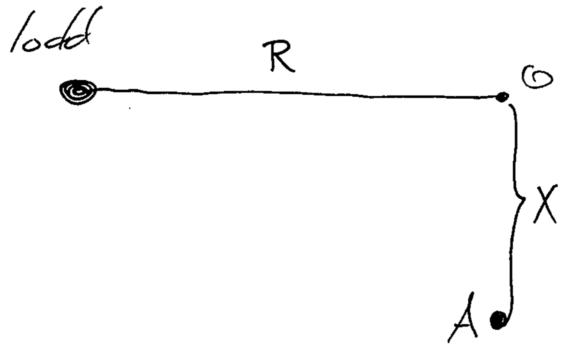
Potensiell energi $\quad U(x)$

$$\frac{d}{dx} U = -F = k \cdot x$$

$$U(x) = k\,\frac{x^2}{2} \qquad \text{(opp til en konstant)}$$

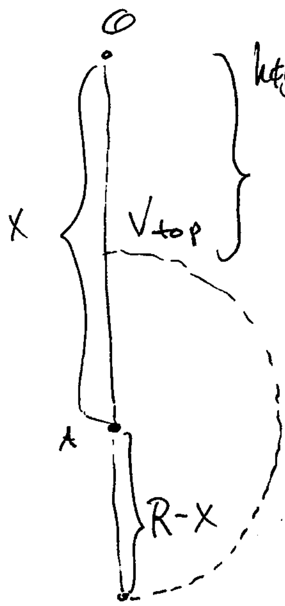
Mekanisk energi

$$\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = E.$$




stang A stikker ut og snoren snurrer rundt den.

Hvor stor må $x$ være for at loddet skal svinge rundt stangen A i en sirkulær bane?




høyden $x - (R-x) = 2x - R$

sentripetal akselerasjonen må være minst like stor som gravitasjonsakselerasjonen $g$.

$$\frac{1}{2} m V_{top}^2 = mg(2x-R).$$

$$V_{top}^2 = 2g(2x-R)$$

Sentripetal akselerasjonen $\frac{V_{top}^2}{R-x}$.

$$\frac{V_{top}^2}{R-x} > g$$

$$2\cancel{g}(2x-R) > \cancel{g}(R-x)$$

$$4x - 2R > R - x \;, \qquad 5x > 3R$$

så $(R>)$ $\underline{\underline{x > \frac{3}{5}R}}$