Fausk

7. sep 2018

Linjer

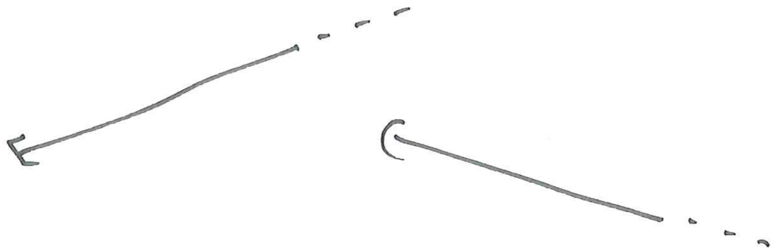
linjestykker

ikke med endepunkt

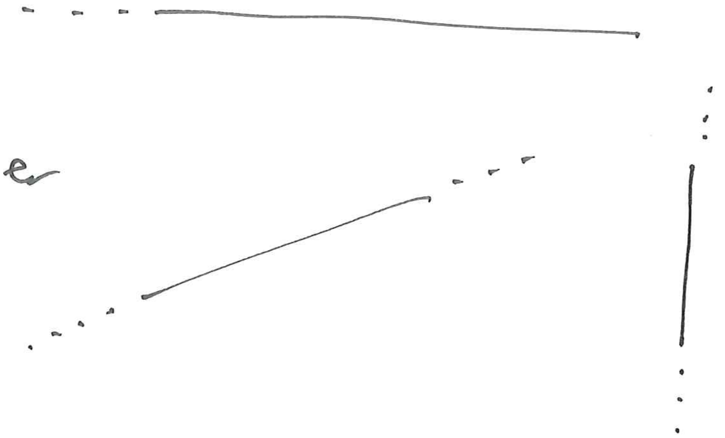
med

1

stråler

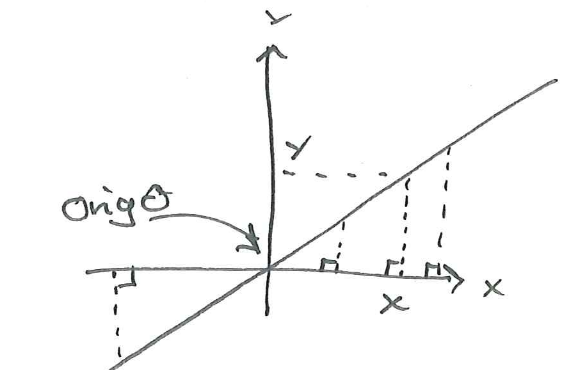


linjer



underforstått at den er ubegrensa i begge ender

Linjer gjennom origo



$\frac{y}{x}$ konstant

$x \neq 0$

$\frac{y}{x} = a$ (og $x=0$)

$y = ax$

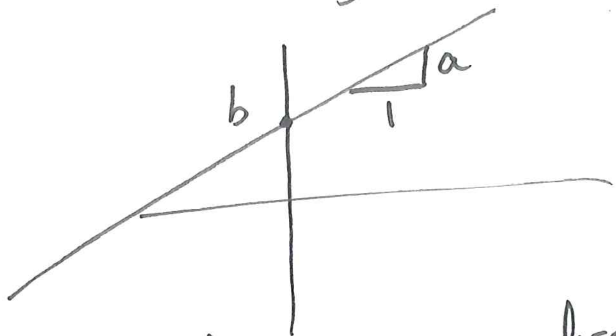
Løsningene til $y=ax$ er alle (x,y) slik at $y=ax$ (er sann). Samlingen av disse punktene er linjen.

Forskyver linjen med b langs y-aksen

2. $y = ax + b$

a stigningstallet

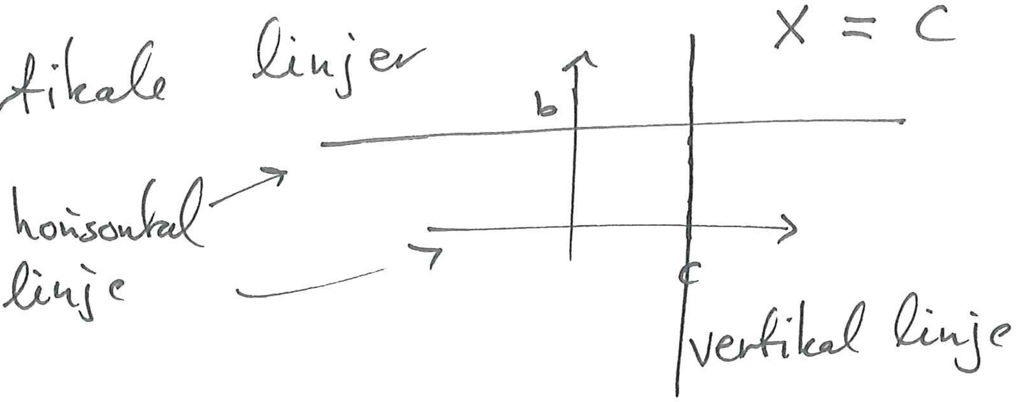
b skjæringspunktet med y-aksen



skjærer x-aksen i $x = -b/a$ (løse $ax+b=0$)

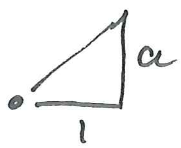
Horisontale linjer $a = 0$ $y = b$ (alle x)

Vertikale linjer $x = c$ (alle y)

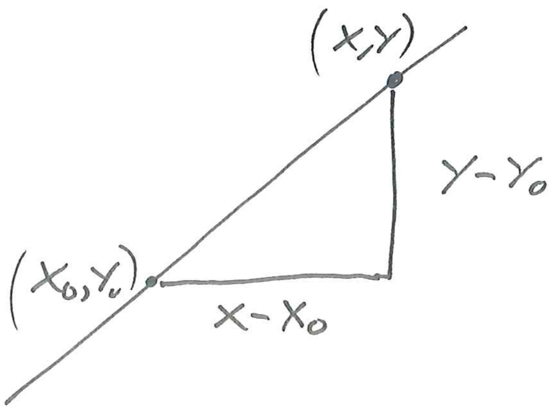


Ettpunktsformelen

Likning til linjen med stigningstall a som går gjennom punktet (x_0, y_0)



er $\boxed{y = a(x - x_0) + y_0}$



$$\frac{y - y_0}{x - x_0} = a \quad \text{og } (x_0, y_0)$$

$$\Updownarrow$$

$$y - y_0 = a(x - x_0)$$

$$\underline{y = a(x - x_0) + y_0}$$

Eksempel

Stigningstall og skjæringspunkt med y-aksen

3

a) $y = -2x - 3$

b) $3y + x = 0$

c) $2y + 3x - 1 = 0$

d) $y + 2 - x = y + 4$

---

a) stigningstall -2, skjæren y akse i -3

x akse $-3/2$

b) $y = \frac{-1}{3} x$

$a = \frac{-1}{3}, \quad b = 0$

c) $2y = -3x + 1$

$y = \frac{-3}{2} x + \frac{1}{2}$

$a = \frac{-3}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$

d) $2 - x = 4$

$2 - 4 = x$

$x = -2$ vertikal linje

Den har ikkje stigningstall

Den møter aldri y-aksen.

4 Gi en likning som beskriver linjene:

a) $a = 3$ $(x_0, y_0) = (2,1)$

stigningstall 3 og går gjennom $(2,1)$

b) Stigningstall $a = -4$

går gjennom $(3,0)$ på x-aksen.

Vi setter inn i ettpunktsformelen og får

a) $y = 3(x-2)+1$

$y = 3x - 5$

b) $y = -4(x-3) + 0$

$y = -4x + 12$

(Alternativt $y = -4x + b$ setter inn $(3,0)$

$0 = -4 \cdot 3 + b$ så $b = 12$)

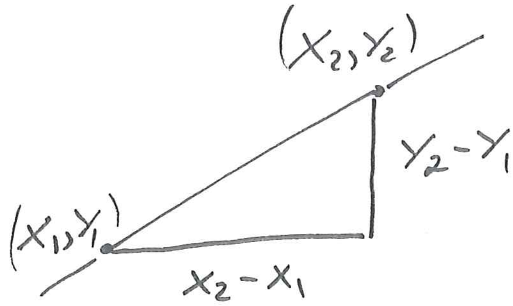
5 Likning som beskriver linjen gjennom to ulike punkt (x_1, y_1) og (x_2, y_2)

$x_1 = x_2$ vertikal linje beskrevet ved

$$x = x_1 \quad (\text{og alle } y)$$

$$(0 \cdot y + x = x_1)$$

$x_1 \neq x_2$



Så stigningstallet er

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Vi kan nå benytte ettpunktsformelen med en av punktene til å finne likningen.

Eksempel: $(2, 5)$ og $(0, 0)$

Stigningstallet $a = \frac{0-5}{0-2} = \frac{5}{2}$

ettpunktsformelen $y = \frac{5}{2}(x - 0) + 0$

$$y = \frac{5}{2}x$$

(Alternativt med $(2,5)$ istedenfor $(0,0)$:

$$y = \frac{5}{2}(x-2) + 5 = \frac{5}{2}x \;)$$

$(2,3)$ og $(4,-1)$

Stigningstall $\quad a = \frac{3-(-1)}{2-4} = \frac{3+1}{-2} = \underline{-2}$

(6) $\quad y = -2(x-2)+3$

$\underline{y = -2x+7}$

oppgaver $\quad$ Finn en likning som beskriver linjene gjennom

1) $(1,2)$ og $(2,1)$

2) $(4,5)$ og $(1,5)$

3) $(1,2)$ og $(1,-2)$

1) $\quad a = \frac{1-2}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$

$y = -(x-1)+2$

$\underline{y = -x+3}$

2) y-verdiene er like. Horisontal linje

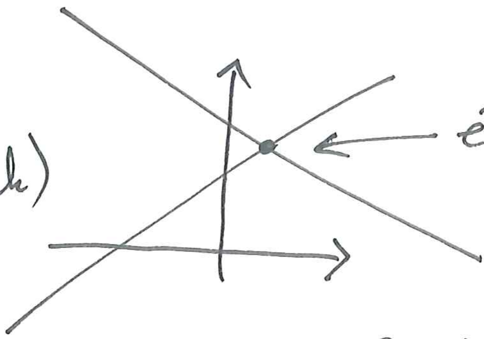
$a = 0 \qquad \underline{y = b}$

3) x-verdiene til punktene er like: Vertikal linje. Den er gitt ved $x = 1$

Likningssystem med to lineære likninger og to ukjente x, y.

3 tilfeller

1. (typisk)



én felles løsning.

eks

$$y = 2x + 1$$
$$y = -5x + 4$$

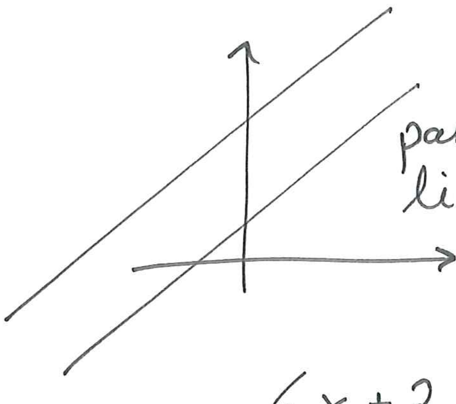
$$\Rightarrow \quad 2x + 1 = -5x + 4$$
$$\Updownarrow$$
$$2x + 5x = 4 - 1$$
$$7x = 3$$
$$x = 3/7$$

y-koordinaten er da:

$$y = 2(3/7) + 1 = \frac{6}{7} + 1 = \frac{6+7}{7} = \frac{13}{7}$$

Løsningen er $\left(\frac{3}{7}, \frac{13}{7}\right)$

2.



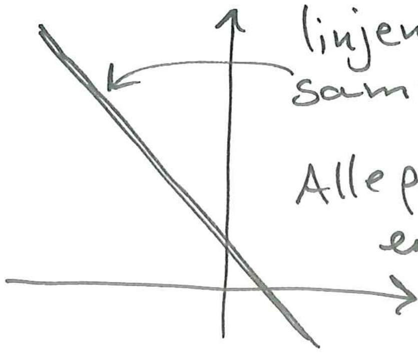
parallelle linjer

linjene møtes aldri.

Løsningen er tom (har ingen løsning)

$$6x + 2y + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y = -3x - \frac{1}{6}$$
$$y + 3x + 1 = 0 \qquad\quad y = -3x - 1$$

3



linjene sammenfaller

Alle punkt på linja er løsninger

$$36y + 6x = 12$$
$$24y + 4x = 8$$

8

Eksempel med dobbel ulikhet

$$2x - 1 \leq 5x + 3 < -2x + 17$$

$\Leftrightarrow$ $2x - 1 \leq 5x + 3$ og $5x + 3 < -2x + 17$

$-1 - 3 \leq 5x - 2x$ $\qquad$ $5x + 2x < 17 - 3$

$-4 \leq 3x$ $\qquad$ $7x < 14$

$-4/3 \leq x$ $\qquad$ $x < 2$

Løsningene er alle x slik at

$-4/3 \leq x$ og $x < 2$

Dette kan uttrykkes med en dobbel ulikhet som

$$\underline{-\tfrac{4}{3} \leq x < 2}$$

(9) Likningssystem

3 likninger og 3 ukjente

I $x + y + z = 7$

II $2x - y + 3z = 12$

III $y - z = -2$

III gir oss $z = y + 2$

sette inn i I og II

$$\left.\begin{aligned} x + y + (y+2) &= 7 \\ 2x - y + 3(y+2) &= 12 \end{aligned}\right\}$$ redusert til 2 ukjente 2 likninger

$$\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + 2y &= 12 - 6 = 6 \end{aligned} \iff \begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

$$\iff \begin{aligned} x + 2y - (x+y) &= 5 - 3 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

$$\iff \begin{aligned} y &= 2 \\ x + y &= 3 \end{aligned}$$

så $\underline{x = 1}$

$\underline{y = 2}$

$z = y + 2 \underline{= 4}$

Løsningen er $\underline{(x, y, z) = (1, 2, 4)}$