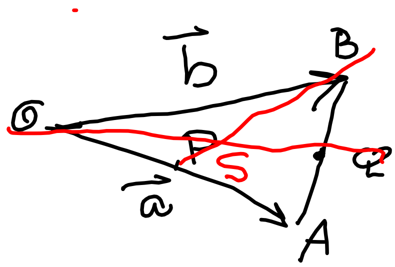
oppgave 4 obl. 5



parametriserer linjene:

$\vec{OQ} = \vec{OA} + \frac{1}{2}\vec{AB}$
$\quad = \vec{a} + \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$
$\quad = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$

Linjen gjennom O og Q: $s \cdot \vec{OQ}$ $\quad s \in \mathbb{R}$

$\vec{OP} = \frac{1}{2}\vec{a}$, $\quad \vec{BP} = \vec{OP} - \vec{OB} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$

Linjen gjennom B og P: $\vec{b} + t\,\vec{BP}$, $t \in \mathbb{R}$

De to linjene møtes i et felles punkt S

$\vec{OS} = \frac{s}{2}(\vec{b} + \vec{a}) = \vec{b} + t(\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b})$

$$\left(\frac{s}{2} - \frac{t}{2}\right)\vec{a} = \left(1 - t - \frac{s}{2}\right)\vec{b}$$

siden $\vec{a}$ og $\vec{b}$ ikkje er parallelle er dette bare mulig når

$\frac{s}{2} - \frac{t}{2} = 0$: $s = t$

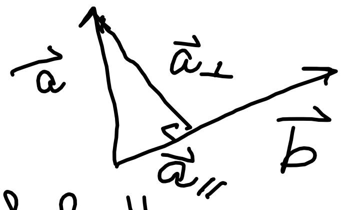
$1 - t - \frac{s}{2} = 0$ Sette $t = s$ og

løser for s : $1 - s - \frac{s}{2} = 1 - \frac{3}{2}s = 0$

så $\underline{s = \frac{2}{3}}$

$\vec{OS} = \frac{2}{3}\vec{OQ} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \underline{\frac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b})}$

Oppg. 5



$\vec{a} = \vec{a}_{\parallel} + \vec{a}_{\perp}$

parallell til $\vec{b}$ — vinkelrett på $\vec{b}$

Entydig: $a^1_{\parallel} + a^1_{\perp} = a^2_{\parallel} + a^2_{\perp}$

$\underbrace{(a^1_{\parallel} - a^2_{\parallel})}_{\text{parallell til } \vec{b}} = \underbrace{(a^2_{\perp} - a^1_{\perp})}_{\text{skalar produkt med } \cdot \vec{b} = \vec{0}}$

så $a^1_{\parallel} = a^2_{\parallel}$ og $a^2_{\perp} = a^1_{\perp}$.

Anta $a_{\parallel} = t\vec{b}$

$\vec{a} = (\vec{a}_{\parallel} + \underbrace{(\vec{a} - \vec{a}_{\parallel})}_{\text{ortogonal til } \vec{b} \text{ når skalarprod med } \vec{b} \text{ er null}})$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a}_{\parallel} \cdot \vec{b}$ $\Leftrightarrow$ $(\vec{a} - \vec{a}_{\parallel}) \cdot \vec{b} = 0$

Setter inn $a_{\parallel} = t\vec{b}$:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = (t \cdot \vec{b}) \cdot \vec{b} = t|\vec{b}|^2$

så $\vec{a}_{\parallel} = t\vec{b} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}$

og $\vec{a}_{\perp} = \vec{a} - \vec{a}_{\parallel}$.

Trevektorprodukt

(bruke tavlen. problem m smart board)