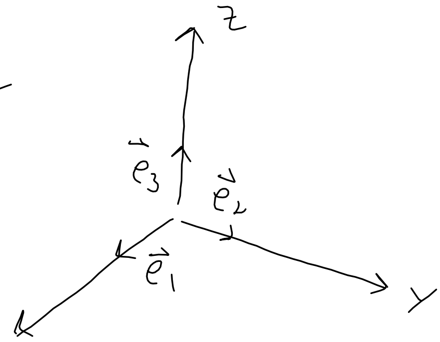
Romkoordinater



Retningen til z-aksen er bestemt av høyrehandsregelen
= Hvis høyre hand vrir fra 1. til 2. akse vil tommelen peke i retningen til 3. aksen.

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ er et høyrehandsystem

$\vec{e}_1 = \vec{i}$
$\vec{e}_2 = \vec{j}$
$\vec{e}_3 = \vec{k}$

Determinanter

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cc} + & - \end{array} \\ \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \end{array} = \det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\right) = a \cdot d - bc$$

$$\det\begin{bmatrix} b & a \\ d & c \end{bmatrix} = b \cdot c - ad \qquad \begin{vmatrix} a & d \\ c & b \end{vmatrix} = ab - cd$$

$$\det\left(\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} + & - & + \end{array} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \end{array}\right) = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$+ \; a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

14 Vektorer i rommet

vektorer $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$ er lineært uavhengige hvis

$$x_1\vec{v}_1 + x_2\vec{v}_2 + x_3\vec{v}_3 = \vec{0}$$

implisere at $x_1 = x_2 = x_3 = 0$.

(ingen av vektorene er en lineær kombinasjon av dei andre.)

Dekomponeringsresultat.

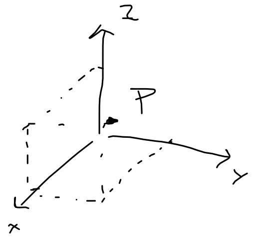
Hvis $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ og $\vec{v}_3$ er lineært uavhengige vektorer i rommet så finnes det for enhver vektor $\vec{v}$ skalarer x_1, x_2, x_3 s.a.

$$\vec{v} = x_1\vec{v}_1 + x_2\vec{v}_2 + x_3\vec{v}_3.$$

x_1, x_2 og x_3 er entydig bestemt av $\vec{v}$

14.2 Vektorkoordinater

$$\vec{v} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$$
$$= [x, y, z]$$



Vektoren fra origo $O(0,0,0)$ til et punkt $P(x,y,z)$ har vektorkoordinater $[x,y,z]$

addisjon
$$[2, 3, 4] + [-1, 1, -5]$$
$$= [2-1, 3+1, 4-5] = [1, 4, -1]$$

skalarmult.
$$-2[1, -3, 0] = [-2\cdot 1, (-2)(-3), (-2)\cdot 0]$$
$$= [-2, 6, 0]$$

komponentvis addisjon og skalarmultiplikasjon.

To vektorer $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er parallelle hvis $t\vec{u} = \vec{v}$ for en t, eller $\vec{u} = 0$

Eksempel Finnes det en \$ slik at $[1, \$, 2]$ og $[\$, 25, 2\$]$ blir parallelle.

Hvis ja bestem \$.

(ja \$ = 5 ved inspeksjon)

Vi undersøker når det finnes en t slik at $t[1, \$, 2] = [\$, 25, 2\$]$

$\stackrel{?}{o}$ *

$$\left.\begin{aligned} t &= \$ \\ t\cdot\$ &= 25 \\ 2\cdot t &= 2\$ \end{aligned}\right\} \text{ekvivalente}$$

$$t = \$$$
$$t\cdot\$ = 25$$
$$\Rightarrow \$^2 = 25$$

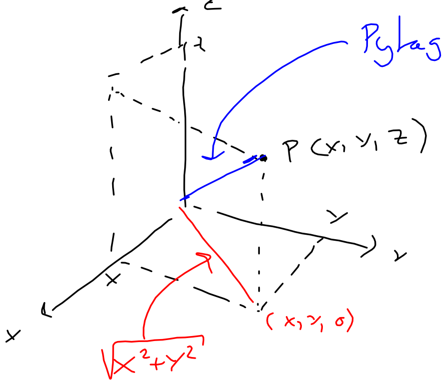
To løsninger: $\underline{\$ = 5, -5}$

14.3 Lengden til vektorer

$$|[x, y, z]| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

absoluttverdien til $[x, y, z]$

Dette er lik avstanden fra origo til punktet (x, y, z)



Pytagoras gir: lengden er

$$\sqrt{\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 + z^2}$$

$$= \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

eks. lengden til $[-1, 0, 2]$ er $\sqrt{(-1)^2+0^2+2^2}$

$$= \sqrt{5}.$$

$$|[1, 1, 1]| = \sqrt{3}.$$

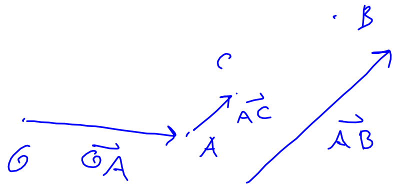
Opg. $A(1, -2, 0)$ $B(3, 4, 5)$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = [3, 4, 5] - [1, -2, 0] = [2, 6, 5]$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{4+36+25} = \sqrt{65} \approx 8$$

Gitt $A(1,-1,0)$ og $B(4,5,9)$

C ligger på linjestykke AB slik at forholdet mellom lengden på AC og CB er $1:2$. Finn koordinaten til C



$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}$$

$$\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AB}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$= [4,5,9] - [1,-1,0]$$

$$= [3,6,9]$$

$$\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AB} = [1,2,3].$$

$$\vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC} = [1,-1,0] + [1,2,3] = [2,1,3]$$

så koordinaten til punkt C er $\underline{(2,1,3)}$