Potens

grunntall $\rightarrow a^b \leftarrow$ eksponent

$a > 0$
$b \in \mathbb{R}$
alle reelle tall

Potensreglene

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \underbrace{\overbrace{a \cdots a}^{m} \cdot \overbrace{a \cdots a}^{n}}_{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \qquad \underbrace{(\overbrace{a \cdots a}^{m}) \cdots (\overbrace{a \cdots a}^{m})}_{m \cdot n}$$

$$a^0 = 1$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

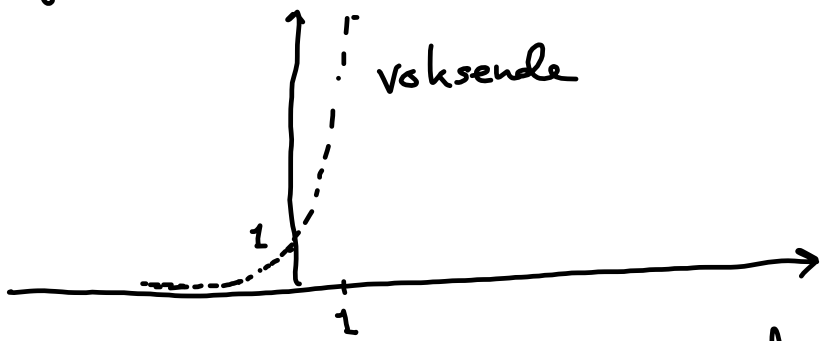
Eks:

$$\sqrt{12} = (12)^{1/2} = (4 \cdot 3)^{1/2} = 4^{1/2} \cdot 3^{1/2}$$
$$= 2 \cdot 3^{1/2} = \underline{2\sqrt{3}}$$

Kapitel 8

Logaritmer og eksponentfunksjoner

Grafen til eksponentfunksjonen 10^x



$x>0$ Logaritmen til x er eksponenten til 10 slik at potensen blir lik x

$$10^{\log x} = x \qquad (\log 10^x = x)$$

$\log x$ er ikkje def. for $x \leq 0$.

Eks $\log 100 = 2$ $\quad \log 10 = 1$

$\log 1 = 0$ $\quad \log(0.001) = -3$

$\log(\sqrt{10}) = \frac{1}{2}$ $\quad \log\left(1/\sqrt[4]{10}\right) = -\frac{1}{4}$

$$\text{Log } 5 = 0.69897\ldots$$
$$\text{Log } 2 = 0.30102\ldots$$

$$\text{Log}(13.2) = 1.12057\ldots$$

Logaritmereglene

$$\text{Log}(a \cdot b) = \text{Log } a + \text{Log } b$$
$$\text{Log}(a^r) = r \text{Log } a$$

$$10^2 \cdot 10^3 = 10^5$$
$$\underbrace{\text{Log}(10^5)}_{5} = \underbrace{\text{Log } 10^2}_{2} + \underbrace{\text{Log } 10^3}_{3}$$

$$a = 10^{\text{Log } a} \qquad b = 10^{\text{Log } b}$$

så $a \cdot b = 10^{\text{Log } a} \cdot 10^{\text{Log } b} = 10^{\text{Log } a + \text{Log } b}$
$= 10^{\text{Log}(a \cdot b)}$

Derfor er $\text{Log}(a \cdot b) = \text{Log } a + \text{Log } b$.

$$a^r = (10^{\text{Log } a})^r = 10^{r \text{Log } a}$$
$$= 10^{\text{Log}(a^r)}$$

Derfor er $\text{Log}(a^r) = r \text{Log } a$.

Log kalles Briggske logaritme eller tierlogaritmer

Log skrives også som lg.

$$\text{Log } 2 + \text{Log } 5 = \text{Log}(2\cdot 5)$$
$$= \text{Log } 10 = 1$$

$$\underline{\text{Log}\left(\frac{a}{b}\right)} = \text{Log}\left(a\cdot\frac{1}{b}\right) = \text{Log}(a\cdot b^{-1})$$
$$= \text{Log } a + \text{Log}(b^{-1}) = \underline{\text{Log } a - \text{Log } b}$$

$$\text{Log}\left(\frac{2}{3}\right) = \text{Log}(2\cdot 3^{-1}) = \text{Log } 2 - \text{Log } 3$$

8.2 Eksponentlikninger

$2^x = 8$ Løser likningen ved bruk av Log.

$$\text{Log}(2^x) = \text{Log } 8$$
$$x \text{ Log } 2 = \text{Log } 8$$
$$x = \frac{\text{Log } 8}{\text{Log } 2} = 3 \quad (\text{siden } 8 = 2^3)$$

- $2\cdot 4^x = 10$ deler med 2

$4^x = 10/2 = 5$ tar logaritmen

$\text{Log } 4^x = \text{Log } 5$ benytter $\text{Log } a^r = r \text{ Log } a$

$x \text{ Log } 4 = \text{Log } 5$ deler med Log 4

$$x = \frac{\text{Log } 5}{\text{Log } 4} = 1.1609\ldots$$

Løs likningen $24^x = 10$

$\log 24^x = \log 10$

$x \log 24 = 1$

$x = \frac{1}{\log 24} = 0.7245\ldots$

$2^x = 0.3$

$\log 2^x = \log 0.3$

$x \log 2 = \log 0.3$

$x = \frac{\log 0.3}{\log 2} = \underline{-1.736\ldots}$

$\underbrace{4^x}_{(2^2)^x = (2^x)^2} - \underbrace{2^{x+1}}_{2 \cdot 2^x} - 3 = 0$ 2. gradslikning i 2^x

$(2^x)^2 - 2 \cdot 2^x - 3 = 0$ $y = 2^x$

$y^2 - 2y - 3 = 0$

$(y-3)(y+1) = 0$

Så $2^x = 3$ og $2^x = -1$
ingen løsning!

$x \log 2 = \log 3$

Løsningen er: $x = \frac{\log 3}{\log 2} = \underline{\underline{1.5849\ldots}}$

8.3 Logaritme likninger

$\log x = 5.5$

Benytter : $10^{\log x} = x$

$10^{\log x} = 10^{5.5}$

$x = 10^{5.5} = 10^{5+1/2}$

$= 10^{5} \cdot 10^{1/2}$

$x = \underline{100\,000 \cdot \sqrt{10}}$

$\log x - \log(x+1) = 1$

$\log \frac{x}{x+1} = 1$ opphøyer i 10ende potens

$\frac{x}{x+1} = 10^1 = 10$

gyldig også når både x og x+1 < 0 (mulighet for falske løsninger)

$x = 10(x+1) = 10x + 10$

$-10 = 9x$

$x = -\frac{10}{9}$. Dette er ikke en løsning! $\log \frac{-10}{9}$ eksisterer ikke

Regn $\underline{8.1 - 8.3}$

Facebook gruppe HiOA fork1100 2017H