25 sep 2014

Kommentarer til oblig 1 besvarelsene

(1)

Oblig 1

oppg. 7 c) Løs ulikheten

$$\frac{1}{2x} + 2 \leq \frac{2}{3}$$

Mange har ganget med x eller $6x$.
Ganger vi med $6x$ får vi to tilfeller:

$$\begin{cases} 3 + 12x \leq 4x & x \geq 0 \\ 3 + 12x \geq 4x & x < 0 \end{cases}$$

etc.

$\vdots$

Alternativt:

$$\frac{1}{2x} + 2 - \frac{2}{3} \leq 0$$

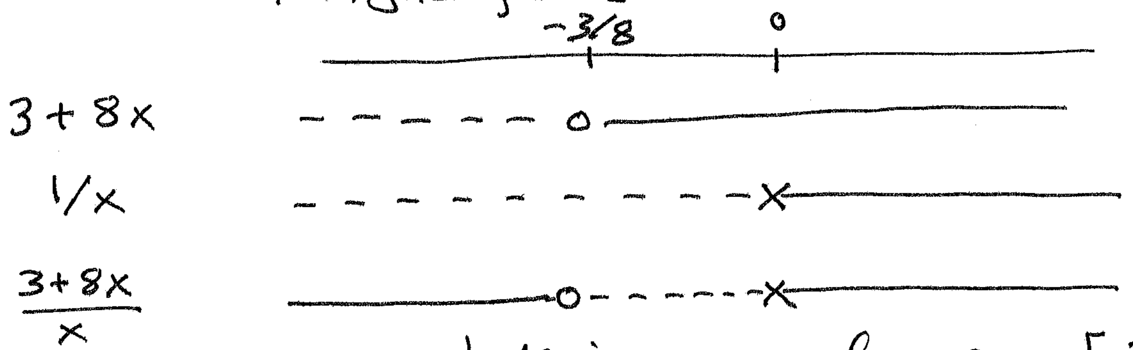
$$\frac{1}{2x}\cdot\frac{3}{3} + \frac{4}{3}\cdot\frac{2x}{2x} \leq 0$$

$$\frac{3}{6x} + \frac{8x}{6x} \leq 0$$

$$\frac{3+8x}{6x} \leq 0 \qquad \text{ganger med } 6 > 0$$

$$\frac{3+8x}{x} \leq 0$$

Fortegnskjema



Løsningsmengden er $\underline{[-3/8, 0\rangle}$

7 d) Dobbel ulikhet

2

... Vi får

$-\frac{1}{2} < x$ og $5 \leq x$

$-\frac{1}{2} < x \geq 5$

unødig.

Løsningsmengden er

$x \geq 5$ $([5, \infty\rangle)$

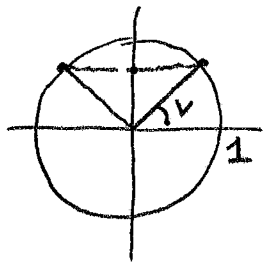
oppg. 10 sett prøve på svarene!

③ Mer om trigonometriske likninger

Løs likningen $\sqrt{2}\sin(V) - 1 = 0$

for $-360° \leq V \leq 360°$.

Dette er ekvivalent til $\sin(V) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.



En løsning er $V = \underline{45°}$

En annen løsning er $180° - V$

$= 180° - 45°$

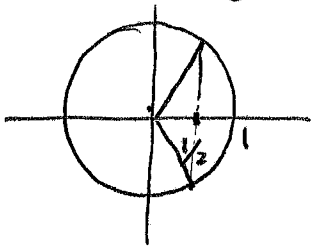
$= \underline{135°}$

I intervallet $-360° \leq V \leq 0°$

er også $-225°$ og $-315°$ løsninger.

Løsningene er $\underline{\{-315°, -225°, 45°, 135°\}}$

Løs likningen $\cos(V) = \frac{1}{2}$ $\quad 0 \leq V \leq 360°$



En løsning er $V = \underline{60°}$.

En annen løsning er $-V = -60°$.

Vi legger til et helt omløp:

$-60° + 360° = \underline{300°}$

Løsningsmengden er $\{\underline{60°, 300°}\}$.

arccos gir en vinkel mellom $0°$ og $180°$

arcsin $\qquad$ $-90°$ og $90°$.

4 arctan av et vilkårlig reelt tall gir en vinkel ekte mellom $-90°$ og $90°$

$$\tan(x) = 5$$

En løsning er $x = \arctan(5) \cong 78.7°$

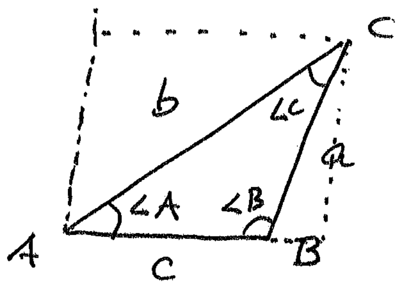
Alle løsninger er på formen

$$x = \arctan(5) + 180° \cdot n$$

n heltall.

⑤

Arealsetningen



Arealet til trekanten er lik

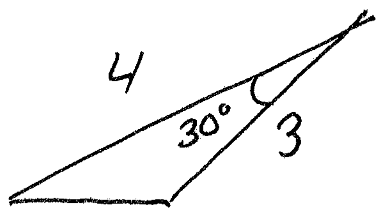
$$\frac{1}{2} \times \text{bredde} \times \text{høyde}$$

$$= \frac{1}{2} bc \cdot \sin(\angle A)$$

$$= \frac{1}{2} ac \cdot \sin(\angle B)$$

$$= \frac{1}{2} ab \cdot \sin(\angle C).$$

Eksempel Finn arealet til trekanten



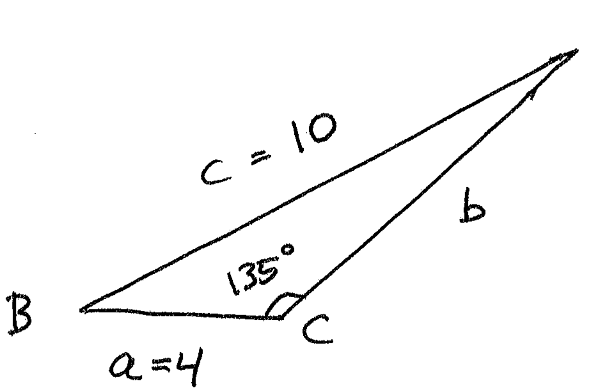
Arealet $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \overbrace{\sin(30°)}^{1/2} = \underline{\underline{3}}$

Hvis vi deler arealet til en trekant med sider av lengde a, b og c med $\frac{1}{2}abc$ gir arealsetningen:

$$\frac{\sin(\angle A)}{a} = \frac{\sin(\angle B)}{b} = \frac{\sin(\angle C)}{c}$$

Dette kalles <u>sinussetningen</u>

⑥



Finn b

og ∠A og ∠B,

$$\frac{\sin(\angle C)}{c} = \frac{\sin(135°)}{10} = \frac{1/\sqrt{2}}{10} = \frac{1}{10\sqrt{2}}.$$

Dette er lik $\frac{\sin(\angle A)}{a} = \frac{\sin(\angle A)}{4}$.

Derfor er $\sin(\angle A) = 4 \cdot \frac{1}{10\sqrt{2}} = \frac{2}{5 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

∠A må være mindre enn ~~45~~ 90°.

Så $\angle A = \arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right) = 16.4°$

Summen av vinklene i trekanten er 180°,

derfor er $\angle B = 180° - 135° - 16.4°$

$= 45° - 16.4° = 30° - 1.4°$

$= \underline{28.6°}$

ved sinussetningen :

$$\frac{\sin(\angle B)}{b} = \frac{\sin(\angle C)}{c} = \frac{1}{10 \cdot \sqrt{2}}$$

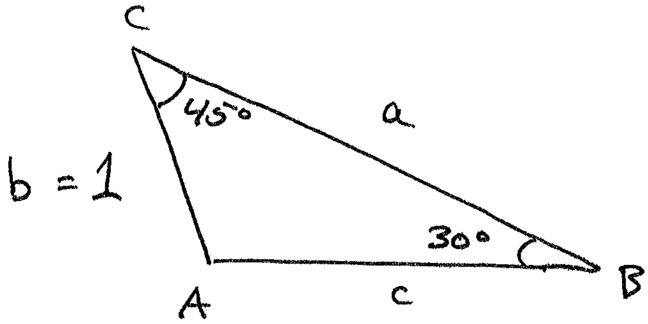
$$b = \cancel{\frac{\sin(\angle B)}{10 \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sin(28.6°)}{10 \cdot \sqrt{2}}}$$

$$b = 10 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\angle B) = 10 \cdot \sqrt{2} \sin(28.6°)$$

$= \underline{6.8}$

7

oppgave



Finn lengden på alle sidene i trekanten.

$\angle A = 180° - \angle C - \angle B$
$= 180° - 45° - 30°$
$= 105°$

$a \approx \underline{1.93}$

$a = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

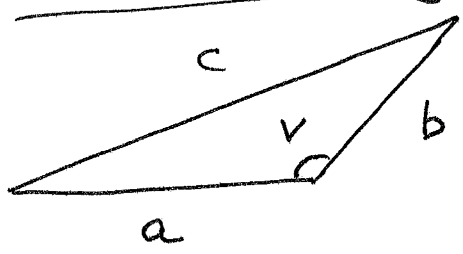
$c = \sqrt{2}$
$\approx \underline{1.41}$

$\dfrac{\sin \angle B}{b} = \dfrac{\sin(30°)}{1} = \dfrac{1}{2}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sin(\angle A)}{a}$ så $a = 2\sin(105°)$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{\sin(\angle C)}{c}$ så $c = 2 \cdot \sin(45°) = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \underline{\sqrt{2}}$

cosinussetningen



$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(v)$

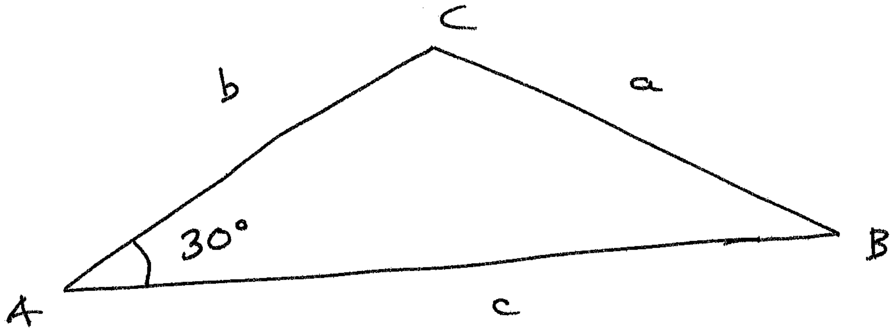
$c^2 = a^2 + b^2$ bare hvis $\cos(v) = 0$

dvs. $v = 90°$

rettvinklet trekant.

Eksempel

8



$\angle A = 30°$

$c = 10$

$b = 7$

Finn lengden til side a.

sinussetningen $\dfrac{\sin(\angle C)}{10} = \dfrac{\sin(\angle B)}{7} = \dfrac{\sin(30°)}{a}$

vanskelig å bruke.

Vi benytter cosinussetningen:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\angle A)$$

$$= 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \cos(30°)$$

$$= 49 + 100 - 140 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

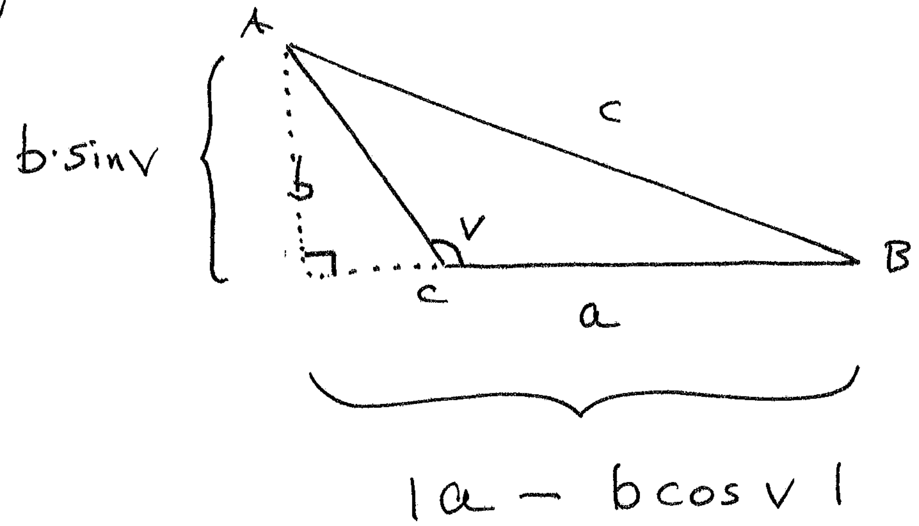
$$a^2 = 149 - 70 \cdot \sqrt{3}$$

$$a = \sqrt{149 - 70 \cdot \sqrt{3}}$$

$$= \underline{\underline{5.27}}$$

Bevis for cosinussetningen

9



Pytagoras sin sats på den rettvinkla trekanten gir

$$(a-b\cos v)^2 + (b\sin v)^2 = c^2$$

$$a^2 + b^2\cos^2 v - 2ab\cos v + b^2\sin^2 v = c^2$$

$$a^2 + b^2(\underbrace{\cos^2 v + \sin^2 v}_{1}) - 2ab\cos v = c^2$$

$$\underline{a^2 + b^2 - 2ab\cos v = c^2}$$