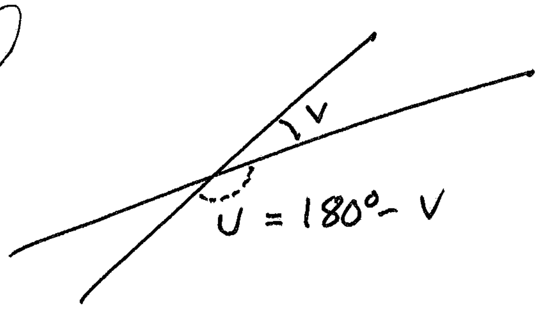
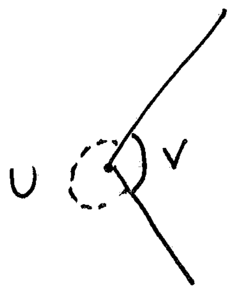
24sep2014

Trigonometri kap 7

(1)



Vinkelen mellom to linjer som krysser er den minste av vinklene V og U. Den er mellom 0° og 90°.



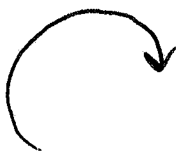
$U + V = 360°$

Vinkelen mellom to stråler (vektor) er den minste av vinklene V og U. Den er mellom 0° og 180°.

Generelt gir vi vinkler en retning (Dette krever en orientering av planet) velger frem- og bakside til planet.

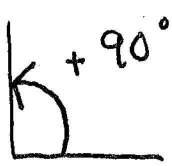
positiv retning

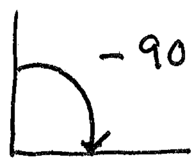
mot urviseren

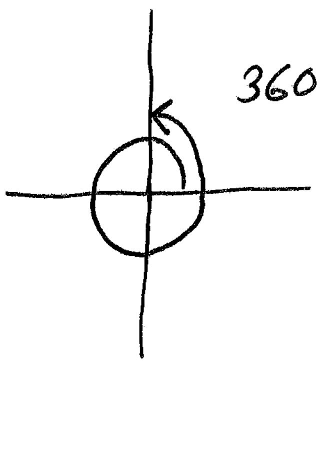


negativ retning

Tilater flere omløp.

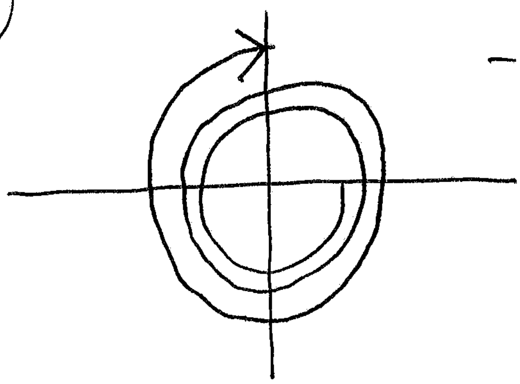




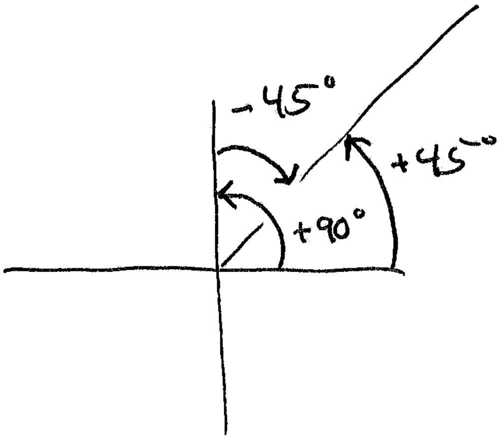


$360° + 90° = 450°$

②



$-360° - 360° - 270° = \underline{-990°}$



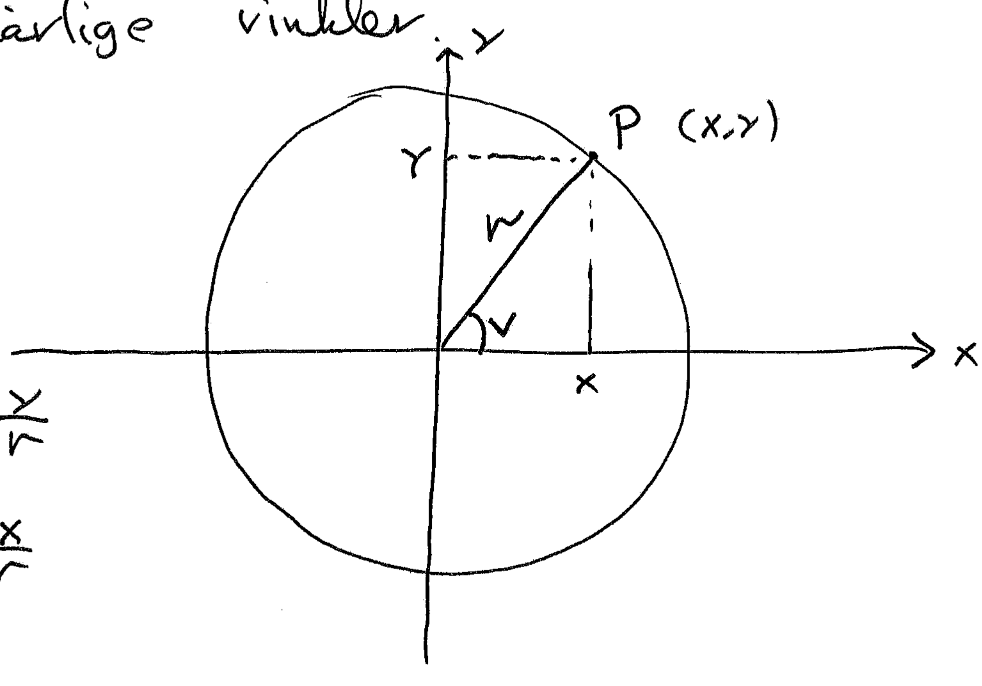
$+90° + (-45°) = +45°$

Vinkler kan adderes og de har invers og et enhetselement.

$V + \underset{\text{enhetselement}}{0} = V$

$V + \underset{\text{inverselement}}{(-V)} = 0$

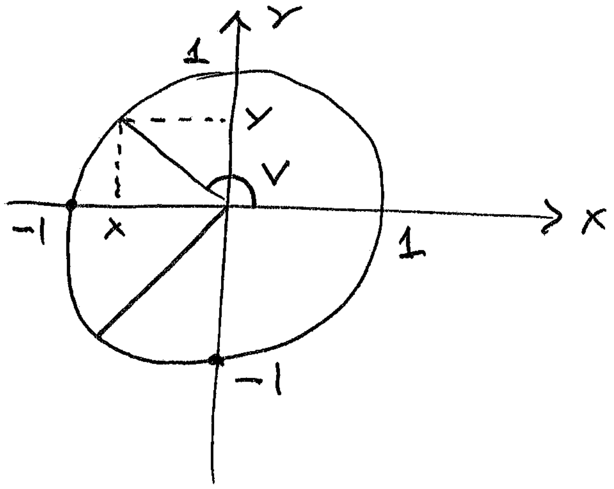
Vi utvider sin og cos til vilkårlige vinkler.



$\sin(v) = \frac{y}{r}$

$\cos(v) = \frac{x}{r}$

③ Vi velger $r = 1$. Sirkelen med sentr i origo og radius lik 1 kalles <u>enhetssirkelen</u>



$\sin(v) = y$

$\cos(v) = x$

$v = 180°$ $\quad\cos(180°) = -1$ og $\sin(180°) = 0$

$v = 270°$ $\quad\cos(270°) = 0$ og $\sin(270°) = -1$

$v = 225° = 180° + 45°$ $\quad\cos(225°) = \frac{-1}{\sqrt{2}} = \sin(225°)$.

$v = 420° = 360° + 60°$ $\quad\cos(420°) = \cos(60°) = \frac{1}{2}$

$\sin(420°) = \sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$v = 360°$ $\quad\cos(360°) = \cos(0°) = 1$

$\sin(360°) = \sin(0°) = 0$

For alle vinkler v vil $\sin(v)$ og $\cos(v)$ ta verdier mellom -1 og 1.

Sin og cos er periodiske funksjoner med periode $360°$.

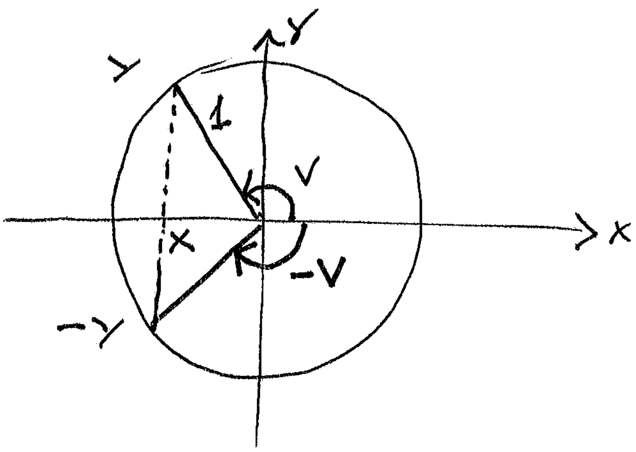
$\sin(v + 360°) = \sin(v)$

$\cos(v + 360°) = \cos(v)$

(og $360°$ er det minste positive tallet med denne egenskapen)

Refleksjon om x-aksen

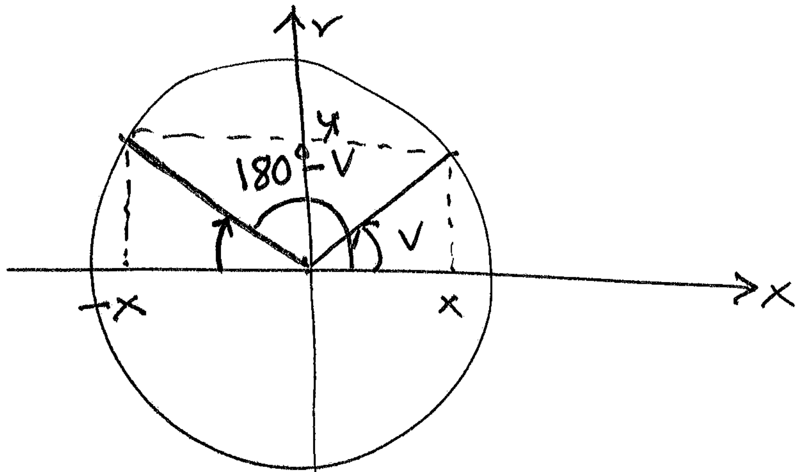
4



$$\cos(-v) = \cos(v) \qquad (x\text{-koordinaten})$$

$$\sin(-v) = -\sin(v) \qquad (y\text{-koordinaten})$$

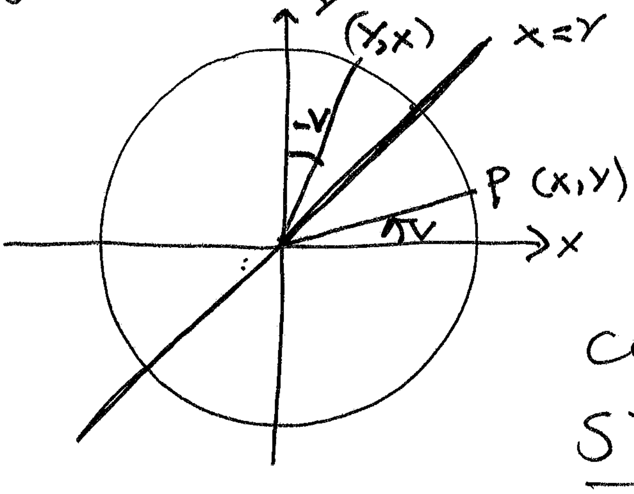
Refleksjon om y-aksen



$$\cos(180° - v) = -\cos(v)$$

$$\sin(180° - v) = \sin(v)$$

Refleksjon om aksen $x = y$



Bytter om x og y-koordinatene.

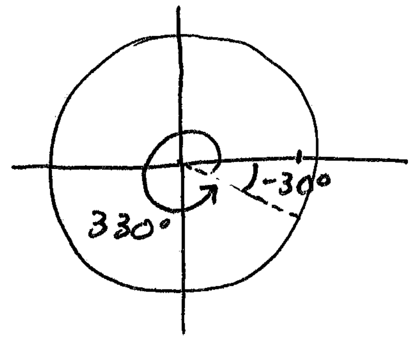
Vinkelen v sendes til vinkelen $90° - v$.

$$\cos(90° - v) = \sin(v)$$

$$\sin(90° - v) = \cos(v)$$

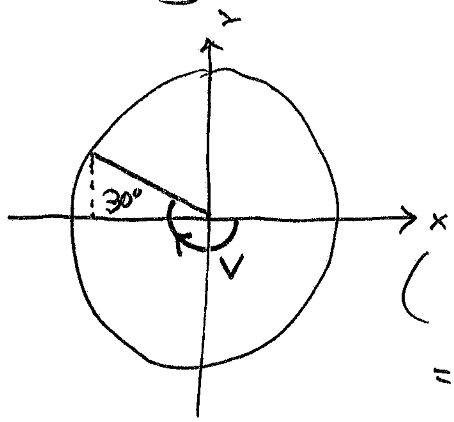
Finn sin og cos til 330° ($360° - 30°$)

5



$$\cos(330°) = \cos(360° - 30°) = \cos(-30°)$$
$$= \cos(30°) = \underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$
$$\sin(330°) = \sin(360° - 30°) = \sin(-30°)$$
$$= -\sin(30°) = \underline{-\frac{1}{2}}$$

Finn sin og cos til $V = -210°$.
$$= -180° - 30°$$



$$\cos(-210°) = \underline{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\left(\begin{aligned} &\cos(-210 + 360°) = \cos(150°) \\ &= -\cos(180° - 150°) = -\cos 30° \\ &= -\sqrt{3}/2 \end{aligned} \right)$$

$$\sin(-210°) = \underline{1/2}$$

<u>oppgave.</u>
$$\tan v = \frac{\sin v}{\cos v}$$
def. for
$v \neq 90° + 180° \cdot n$
n heltall

1) $\tan(v)$ er periodisk med periode 180°

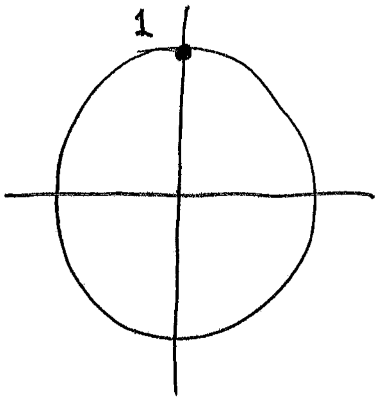
$\tan(v + 180°) = \tan(v)$
alle v

2) $\tan(90° - v) = \dfrac{1}{\tan(v)}$ når definert.

(6) 7.3 Trigonometriske likninger:

Likninger som involverer trigonometriske funksjoner.

Eksempler $\sin(v) = 1$. (påstand. Løsningene er v slik at påstanden blir sann)



Løsningene er

$90°$, $-270°$, $450°$ etc.

$v = 90° + 360° \cdot n$ heltall n.

(uendelig mange løsninger)

$\sin(v) = \frac{-1}{2}$ $v = -30°$ og $210°$ samt hele omløp av disse

$v = -30° + 360° \cdot n$

$v = 210° + 360° \cdot n$ heltall n.

($-30° + 360° \cdot n$ n heltall er samme mengde som $330° + 360° \cdot m$ m heltal)

$\sin(v) = 2$ tom løsning.

7

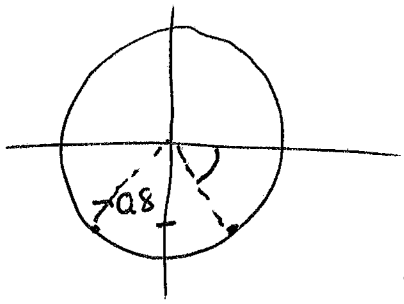
$4\sin v + 5 = 0 \qquad v \in [0, 360°)$

$4\sin v = -5$

$\sin v = -5/4 = -1.25$ ingen løsning

$5\sin v + 4 = 0 \qquad v \in [0, 360°)$

$\sin v = \frac{-4}{5} = -0.8.$



$\arcsin(-0.8) = -53.1°$

(Benytter $\sin v = \sin(180° - v)$)

↓

en annen løsning er derfor

$180° - (-53.1°) = 233.1°$

(trekker vi 360° fra denne får vi $-126.9°$).

$360° + (-53.1°) = \underline{306.9°}$

Løsningen er $\underline{\{233.1°, 306.9°\}}$

$\sin^2 v + \sin v - \frac{3}{4} = 0$

2.grads uttrykk i $\sin(v)$

$(\sin v + \frac{3}{2})(\sin - \frac{1}{2}) = 0$

$\sin v = -3/2$ ingen løsning for v

$\sin v = \frac{1}{2}$

Løsningene er $30° + 360° \cdot n$ n heltall.

$150° + 360° \cdot n$