FO 152A

30.08.2010

Effekt er energi per tidsenhet.

Enheten til effekt er Watt $W = J\,s^{-1}$

Arbeidet utført ved å sende en ladning q over en elektrisk spenningsdifferanse U er $W = \underline{q \cdot U}$.

Elektrisk strøm er ladning per tidsenhet.

Hvis U er konstant.

Effekten $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dq}{dt} \cdot U = I \cdot U$

$$\boxed{\begin{array}{c} P = I \cdot U \\ \text{Effekt} = \text{strøm} \cdot \text{spenningsdifferanse} \end{array}}$$

Eksempel. Nettspenning er 220V.

Hvor stor strøm går det gjennom en lyspære på 15W når den kobles til strømnettet?

$$15\,W = I \cdot 220\,V$$

$$I = \frac{15\,W}{220\,V} = \underline{0.07\,A}$$

Eksempel. En lyspære gir 40W koblet til et strømnett på 240V. Hva er effekten hvis vi kobler lyspæren til et bilbatteri med spenning 12V?

$$40W = I_n \cdot 240V$$

Resistansen til lyspæren er $R = \frac{240V}{I_n}$

Strømmen gjennom lyspæren når vi kobler til bilbatteriet er $I_b = \frac{12V}{R}$

$$= 12V \cdot \left(\frac{I_n}{240V}\right) = 12V \cdot \frac{40W}{(240V)^2}$$

Effekten til lyspæren koblet til bilbatteriet

$$P_b = 12V \cdot I_b = 40W \cdot \left(\frac{12V}{240V}\right)^2$$

$$= 40W \cdot \left(\frac{1}{20}\right)^2 = 40W \cdot \frac{1}{400} = \underline{0.1W}$$

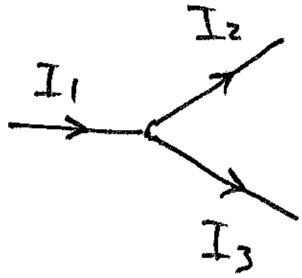
Kombiner uttrykket for effekt med Ohms lov.

$$P = U \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2$$

$$P = U \cdot \left(\frac{U}{R}\right) = \frac{U^2}{R}$$

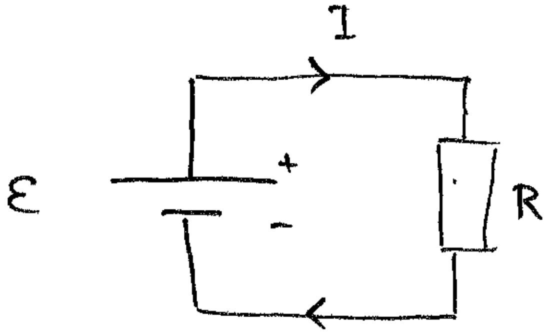
Kirchhoffs regler

Regel 1. Summen av strømmen inn i et knutepunkt er lik summen av strømmen ut av knutepunktet.



$$I_1 = I_2 + I_3$$

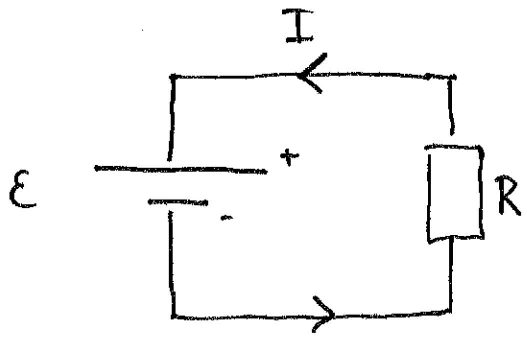
Regel 2 Rundt en lukket sløyfe i en krets er summen av alle elektromotoriske spenninger og alle spenningsforskjeler over motstandere og andre komponent lik 0.



spenningsfall over motstanden er IR.
(i strømretningen)

$$\mathcal{E} + (-IR) = 0 \quad \text{gir} \quad \underline{I = \frac{\mathcal{E}}{R}}$$

$$\left(R = \frac{\mathcal{E}}{I}\right)$$



Spenning over batteriet

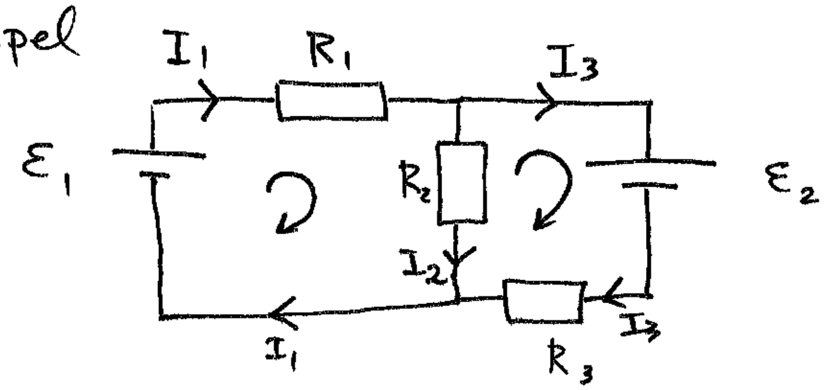
$$(-\mathcal{E}) + (-IR) = 0$$

$$-\mathcal{E} = IR$$

$$I = -\frac{\mathcal{E}}{R}$$

Eksempel

4



Finn strømmen gjennom R_1 uttrykt ved $\varepsilon_1, \varepsilon_2, R_1, R_2, R_3$.

Kirchhoffs 1. regel gir $I_1 = I_2 + I_3$. Så $I_2 = I_1 - I_3$.

Kirchhoffs 2. regel.

sløyfa til venstre: $\varepsilon_1 + (-R_1 \cdot I_1) + (-R_2 I_2) = 0$

sløyfa til høgre: $-\varepsilon_2 + (-R_3 \cdot I_3) + (+R_2 I_2) = 0$

setter inn $I_2 = I_1 - I_3$ i likningene.

(1) $\varepsilon_1 = R_1 \cdot I_1 + R_2(I_1 - I_3) = (R_1 + R_2) I_1 - R_2 \cdot I_3$

(2) $\varepsilon_2 = R_2(I_1 - I_3) - R_3 I_3 = R_2 \cdot I_1 - (R_2 + R_3) \cdot I_3$

Likning (1) gir at: $I_3 = \frac{1}{R_2}\left((R_1 + R_2) I_1 - \varepsilon_1\right)$

setter dette inn i likning (2):

$$\varepsilon_2 = R_2 \cdot I_1 - \frac{(R_2 + R_3)}{R_2}\left((R_1 + R_2) I_1 - \varepsilon_1\right)$$

Ganger begge sider med R_2

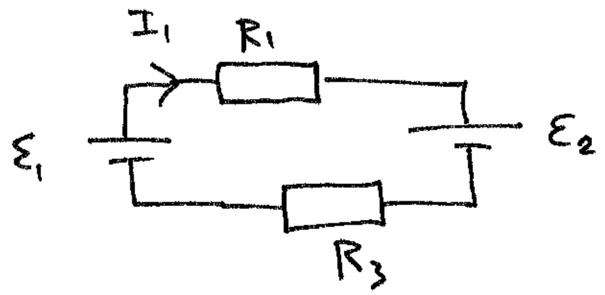
$$R_2 \varepsilon_2 = R_2^2 I_1 - \underbrace{(R_2 + R_3)(R_1 + R_2)}_{R_1 R_2 + R_2^2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3} \cdot I_1 + (R_2 + R_3) \varepsilon_1$$

$$I_1 \left(\overbrace{-R_2^2 + R_2^2}^{0} + R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3\right) = (R_2 + R_3) \cdot \varepsilon_1 - R_2 \varepsilon_2$$

Så $$I_1 = \frac{(R_2 + R_3)\varepsilon_1 - R_2 \varepsilon_2}{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_3 + R_2 \cdot R_3}$$

5

Når $R_2 \to \infty$ (det går ikke strøm gjennom R_2)



$$I_1 = \frac{\varepsilon_1 + (-\varepsilon_2)}{R_1 + R_3}$$

$$= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_1 + R_3}$$

Dette er grensen til

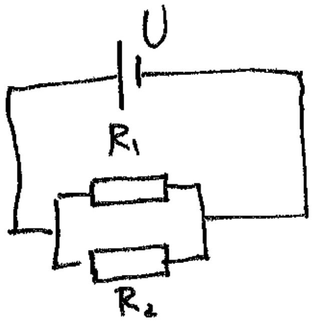
$$I_1 = \frac{(R_2 + R_3)\varepsilon - R_2 \varepsilon_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$ når $R_2 \to \infty$.

Eksempel

Gitt to motstandere med resistanse $R_1 = 2\Omega$ og $R_2 = 4\Omega$. Anta at begge motstanderne tåler 8W. Hvor høy spenning tåler en

a) parallelkobling av motstanderne ?

b) serie kobling av motstanderne ?

a) 

Spenningen over hver av motstanderne er U.

Den elektriske effekten i motstand 1 er $P_1 = \frac{U^2}{R_1}$,

i motstand 2 er den $P_2 = \frac{U^2}{R_2}$.

Siden både P_1 og P_2 må vere mindre eller lik 8W

må $U^2 \leq R_1 \cdot 8W$ og $U^2 \leq R_2 \cdot 8W$.

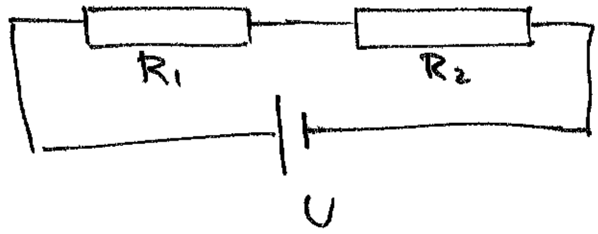
Derfor må $U^2 \leq 2\Omega \cdot 8W = 16V^2$

Så $\underline{U = 4V} = \sqrt{16V^2}$ er den største

spenningen kretsen tåler.

→

b)



Strømstyrken gjennom motstandene er lik

$$I = \frac{U}{R_1+R_2}.$$

Spenningen over motstand 1 er $R_1 \cdot I = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot U$

— " — 2 er $R_2 \cdot I = \frac{R_2}{R_1+R_2} U$.

Den elektriske effekten i motstand 1 er $P_1 = I \cdot (R_1 \cdot I)$

$$= R_1 \cdot \frac{U^2}{(R_1+R_2)^2}$$

— " — 2 er $P_2 = I \cdot (R_2 \cdot I)$

$$= R_2 \frac{U^2}{(R_1+R_2)^2}.$$

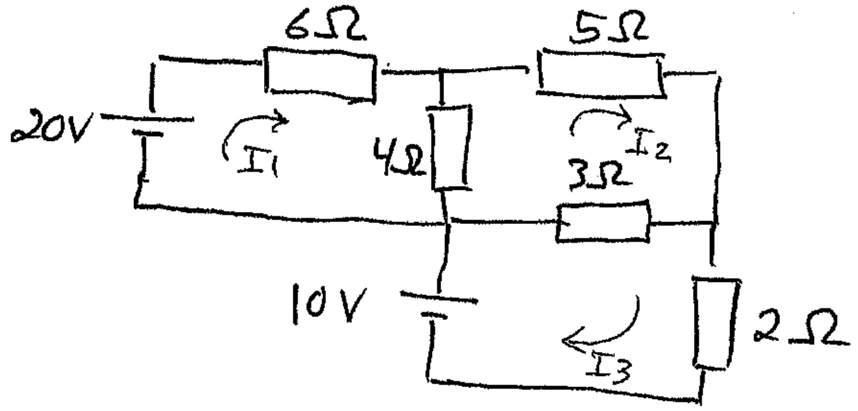
Både P_1 og P_2 må vere mindre eller lik 8W,

så $U^2 \le 8W \cdot \frac{(6\Omega)^2}{4\Omega} = 2 \cdot 6^2 \, V^2$.

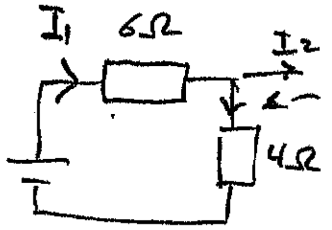
Den største spenningen kretsen tåler er

$$\underline{U = 6 \cdot \sqrt{2}\, V \approx 8{,}5\, V}$$

Eksempel (tidligere obligatorisk oppgave)



Finn strømmen som går gjennom motstanden på 2Ω.



-- strømmen er $I_1 - I_2$ ved Kirchhoffs 1. lov.

lukket sløyfe

Kirchhoffs 2 lov $\quad 20V + (-6\Omega \cdot I_1) - 4\Omega(I_1 - I_2) = 0$

$$6 \cdot I_1 + 4 \cdot (I_1 - I_2) = 20$$

$$\underline{10 I_1 - 4 I_2 = 20}$$

K. 1. lov K2. lov

Nederste løkke: $\quad 10V - 2\Omega I_3 - 3\Omega \cdot (I_3 - I_2) = 0$

$$2 \cdot I_3 + 3(I_3 - I_2) = 10$$

$$\underline{5 I_3 - 3 I_2 = 10}$$

K2. lov

Ytre løkke: $\quad 10V + 20V + 6\Omega \cdot I_1 + 5\Omega \cdot I_2 + 2\Omega \cdot I_3 = 0$

$$\underline{6 \cdot I_1 + 5 I_2 + 2 I_3 = 30}$$

Vi kan nå løse for I_1, I_2, I_3.

$$\left(I_2 = \frac{20 - 10 I_1}{4} = \frac{10 - 5 I_1}{2} \right), \quad I_1 = \frac{20 + 4 I_2}{10} = \underline{2 + \frac{2}{5} I_2}$$

$I_2 = \underline{\frac{10 - 5 I_3}{-3}}$. setter inn i 3. likning og løser for I_3.

Løsningen blir $I_3 = 3 - \frac{1}{43} \approx \underline{2{,}98\,A}$

Utregning : $I_2 = \frac{-10}{3} + \frac{5}{3} I_3$

$$I_1 = 2 + \frac{2}{5} I_2 = 2 + \frac{2}{5}\left(\frac{-10}{3} + \frac{5}{3} I_3\right) = 2 - \frac{4}{3} + \frac{2}{3} I_3$$
$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} I_3$$

$$6 I_1 + 5 I_2 + 2 I_3 = 30$$

setter inn for I_1 og I_2 uttrykt v.h.a I_3 :

$$(4 + 4 I_3) + \frac{-50}{3} + \frac{25}{3} I_3 + 2 I_3 = 30$$

$$\left(4 + \frac{25}{3} + 2\right) I_3 + 4 - \frac{50}{3} = 30$$

$$\frac{12 + 25 + 6}{3} I_3 = 26 + \frac{50}{3} = \frac{78 + 50}{3}$$

$$I_3 = \frac{128}{43} = \frac{129 - 1}{43} = \underline{3 - \frac{1}{43}}$$